

1 В классе больше 10, но не больше 28 учащихся, а доля девочек не превышает 22%.

- а) Может ли в этом классе быть 4 девочки?
- б) Может ли доля девочек составить 30%, если в этот класс придёт новая девочка?
- в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

⇒ Видеоразбор задачи



2 В классе больше 10, но не больше 27 учащихся, а доля девочек не превышает 26%.

- а) Может ли в этом классе быть 6 девочек?
- б) Может ли доля девочек составить 30%, если в этот класс придёт новая девочка?
- в) В этот класс пришла новая девочка. Доля девочек в классе составила целое число процентов. Какое наибольшее число процентов может составить доля девочек в классе?

⇒ Видеоразбор задачи



3 Трёхзначное число A имеет k натуральных делителей (в том числе 1 и A).

- а) Может ли k быть равно 7?
- б) Может ли k быть равно 25?
- в) Найдите наибольшее k .

⇒ Видеоразбор задачи



4 Трёхзначное число A имеет k натуральных делителей (в том числе 1 и A).

- а) Может ли k быть равно 15?
- б) Может ли k быть равно 28?
- в) Найдите все числа A , для которых $k \geq 30$.

⇒ Видеоразбор задачи



- 5 Среднее геометрическое k чисел p_1, p_2, \dots, p_k вычисляется по формуле $\sqrt[k]{p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k}$.
- а) Может ли среднее геометрическое трёх различных двузначных чисел быть равно 45?
 - б) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического трёх различных двузначных чисел.
 - в) Найдите наибольшее возможное целое значение среднего геометрического шести различных двузначных чисел.

⇒ Видеоразбор задачи



- 6 Среднее геометрическое k чисел p_1, p_2, \dots, p_k вычисляется по формуле $\sqrt[k]{p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k}$.
- а) Может ли среднее геометрическое трёх различных двузначных чисел быть равно 36?
 - б) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического четырёх различных двузначных чисел.
 - в) Найдите наименьшее возможное целое значение среднего геометрического шести различных двузначных чисел.

⇒ Видеоразбор задачи



- 7 Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 150, а во втором – каждое число равно 50. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 78.
- а) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 71?
 - б) Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 70?
 - в) Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k , одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

⇒ Видеоразбор задачи



8

Даны два набора чисел: в первом наборе каждое число равно 175, а во втором - каждое число равно 80. Среднее арифметическое всех чисел двух наборов равно 145.

- Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число n . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 132?
- Каждое число первого набора уменьшили на натуральное число m . Может ли среднее арифметическое всех чисел двух наборов быть равно 135?
- Каждое число одного набора увеличили на натуральное число k , одновременно уменьшив на k каждое число другого набора, при условии, что все числа положительными. Какие целые значения может принимать среднее арифметическое всех чисел двух наборов?

⇒ Видеоразбор задачи



9

Дано четырёхзначное число \overline{abcd} , где a, b, c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

- Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 3 раза?
- Цифры a, b, c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел \overline{abcd} таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d < a + b + c + d$?
- Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наименьшем значении \overline{abcd} число k будет наибольшим?

⇒ Видеоразбор задачи



10

Дано четырёхзначное число \overline{abcd} , где a, b, c и d — соответственно цифры разрядов тысяч, сотен, десятков и единиц, причём $a \neq 0$.

- Может ли произведение $a \cdot b \cdot c \cdot d$ быть больше суммы $a + b + c + d$ в 5 раз?
- Цифры a, b, c и d попарно различны. Сколько существует различных чисел \overline{abcd} таких, что $a \cdot b \cdot c \cdot d > a + b + c + d$?
- Известно, что $a \cdot b \cdot c \cdot d = k(a + b + c + d)$, где k — двузначное число. При каком наибольшем значении \overline{abcd} число k будет наибольшим?

⇒ Видеоразбор задачи



11 Есть три коробки: в первой коробке 112 камней, во второй – 99, а третья – пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в первой коробке оказаться 103 камня, во второй — 99, а в третьей — 9?
- б) Могло ли в третьей коробке оказаться 211 камней?
- в) Во второй коробке оказалось 4 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



12 Есть три коробки: в первой коробке 95 камней, во второй — 104, а третья –пустая. За один ход берут по одному камню из любых двух коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в третьей коробке оказаться 199 камней?
- б) Могло ли в первой коробке оказаться 100 камней, во второй — 50, а в третьей — 49?
- в) В первой коробке 2 камня. Какое наибольшее число камней могло оказаться в третьей коробке?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



13 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 7 раз больше, либо в 7 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 9177.

- а) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- б) Может ли последовательность состоять из пяти членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



14 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 8 раз больше, либо в 8 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 4040.

- а) Может ли последовательность состоять из трёх членов?
- б) Может ли последовательность состоять из четырёх членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

⇒ Видеоразбор задачи



15 Из k кг материала фабрика изготавливает n одинаковых деталей массой m кг каждая, причем $k = nm + q$, где q кг – остатки материала, и $q < m$. После внедрения новых технологий на фабрике начали выпускать детали нового типа, каждая из которых стала на 0,2 кг легче детали старого типа, причем из 63 кг материала деталей нового типа стали делать на две больше, чем делали деталей старого типа из 64 кг материала.

- а) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 15 новых деталей будет достаточно 63 кг материала, а на 16 – уже нет?
- б) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 40 новых деталей будет достаточно 63 кг материала, а на 41 – уже нет?
- в) Найдите такое минимальное число n , что фабрика может выпускать n новых деталей из 80 кг материала, а $n - 1$ деталь не сможет, не нарушая условия $q < m$.

⇒ Видеоразбор задачи



16 Из k кг материала фабрика изготавливает n одинаковых деталей массой m кг каждая, причем $k = nm + q$, где q кг – остатки материала, и $q < m$. После внедрения новых технологий на фабрике начали выпускать детали нового типа, каждая из которых стала на 0,1 кг легче детали старого типа, причем из 18 кг материала деталей нового типа стали делать на две больше, чем делали деталей старого типа из 21 кг материала.

- а) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 50 новых деталей будет достаточно 18 кг материала, а на 51 – уже нет?
- б) Может ли новая деталь весить столько, что на изготовление 32 новых деталей будет достаточно 18 кг материала, а на 33 – уже нет?
- в) Найдите все такие числа n , что фабрика может выпускать n новых деталей из 10 кг материала, не нарушая условия $q < m$.

⇒ Видеоразбор задачи



17 Трехзначное число, меньшее 910, поделили на сумму его цифр и получили натуральное число n .

- а) Может ли n равняться 68?
- б) Может ли n равняться 86?
- в) Какое наибольшее значение может принимать n , если все цифры ненулевые?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



18 Трехзначное число, меньшее 700, поделили на сумму его цифр и получили натуральное число n .

- а) Может ли n равняться 64?
- б) Может ли n равняться 78?
- в) Какое наибольшее значение может принимать n , если все цифры ненулевые?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



19 Есть три коробки: в первой — 97 камней; во второй — 80, а в третьей камней нет. Берут по одному камню из двух коробок и кладут их в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Могло ли в первой коробке оказаться 58 камней, во второй — 59, а в третьей — 60?
- б) Может ли в первой и второй коробках камней оказаться поровну?
- в) Какое наибольшее количество камней может оказаться во второй коробке?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



20 Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 7 раз больше, либо в 7 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 7735.

- а) Может ли последовательность состоять из трех членов?
- б) Может ли последовательность состоять из шести членов?
- в) Какое наибольшее количество членов может быть в последовательности?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



21 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 2022?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2021?
- в) В тройке чисел первое число трехзначное, а третье равно 2. Сколько существует таких троек?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



22 На доске написаны три различных натуральных числа. Второе число равно сумме цифр первого, а третье равно сумме цифр второго.

- а) Может ли сумма этих чисел быть равна 3456?
- б) Может ли сумма этих чисел быть равна 2345?
- в) В тройке чисел первое число трехзначное, а третье равно 5. Сколько существует таких троек?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



23 Известно, что a, b, c, d, e и f — это различные, расставленные в некотором, возможно ином, порядке числа 2, 3, 4, 5, 6 и 16.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = 6$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{961}{240}$?

в) Какое наименьшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



24 Известно, что a, b, c, d, e и f — это различные, расставленные в некотором, возможно ином, порядке числа 2, 3, 4, 6, 7 и 16.

а) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = 11$?

б) Может ли выполняться равенство $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f} = \frac{1345}{336}$?

в) Какое наибольшее значение может принимать сумма $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} + \frac{e}{f}$?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



25 Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр — целое число.

а) Может ли это отношение быть равным 34?

б) Может ли это отношение быть равным 84?

в) Какое наименьшее значение может принимать это отношение, если первая цифра трехзначного числа равна 4?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



26 Отношение трехзначного натурального числа к сумме его цифр – целое число.

- а) Может ли это отношение быть равным 11?
- б) Может ли это отношение быть равным 5?
- в) Какое наибольшее значение может принимать это отношение, если число не делится на 100 и его первая цифра равна 7?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



27 Для действительного числа x обозначим через $[x]$ наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $\left[\frac{11}{4}\right]=2$, так как $2 \leq \frac{11}{4} < 3$.

- а) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] + \left[\frac{n}{7}\right] = n$?
- б) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{4}\right] = n + 2$?
- в) Сколько существует различных натуральных n , для которых $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{9}\right] + \left[\frac{n}{17}\right] = n + 1945$?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



28 Для действительного числа x обозначим через $[x]$ наибольшее целое число, не превосходящее x . Например, $\left[\frac{11}{4}\right]=2$, так как $2 \leq \frac{11}{4} < 3$.

- а) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{9}\right] = n$?
- б) Существует ли такое натуральное число n , что $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{5}\right] = n + 2$?
- в) Сколько существует различных натуральных n , для которых $\left[\frac{n}{2}\right] + \left[\frac{n}{3}\right] + \left[\frac{n}{8}\right] + \left[\frac{n}{23}\right] = n + 2021$?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



29 На доске написано 11 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое семи наибольших равно 14.

- а) Может ли наибольшее из этих одиннадцати чисел равняться 16?
- б) Может ли среднее арифметическое всех одиннадцати чисел равняться 10?
- в) Найдите наименьшее значение среднего арифметического всех одиннадцати чисел.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



30 На доске написано более 35, но менее 49 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7 .

- а) Сколько чисел написано на доске?
- б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
- в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



31 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 3, к каждому числу из второй группы приписали справа цифру 7, а числа третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 8 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?
- в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



32 На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число. К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 1, к каждому числу из второй группы приписали справа цифру 8, а числа третьей группы оставили без изменений.

- а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 4 раз?
- б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 18 раз?
- в) Сумма всех этих чисел увеличилась в 11 раз. Какое наибольшее количество чисел могло быть написано на доске?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



33 Петя участвовал в викторине по истории. За каждый правильный ответ участнику начисляется 8 баллов, за каждый неверный — списывается 8 баллов, за отсутствие ответа списывается 3 балла. По результатам викторины Петя набрал 35 баллов.

- а) На сколько вопросов Петя не дал ответа, если в викторине было 30 вопросов?
- б) На сколько вопросов Петя не дал ответа, если в викторине было 35 вопросов?
- в) На сколько вопросов Петя ответил правильно, если в викторине было 33 вопроса?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



34 Оля участвовала в викторине по истории. За каждый правильный ответ участнику начисляется 8 баллов, за каждый неверный — списывается 8 баллов, за отсутствие ответа списывается 3 балла. По результатам викторины Оля набрала 35 баллов.

- а) На сколько вопросов Оля ответила правильно, если в викторине было 24 вопроса?
- б) На сколько вопросов Оля не дала ответа, если в викторине было 25 вопросов?
- в) На сколько вопросов Оля ответила неверно, если в викторине было 37 вопросов?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



35 У Миши в копилке есть 2-рублёвые, 5-рублёвые и 10-рублёвые монеты. Если взять 10 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 2-рублёвая. Если взять 15 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 5-рублёвая. Если взять 20 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 10-рублёвая.

- а) Может ли у Миши быть 30 монет?
- б) Какое наибольшее количество монет может быть у Миши?
- в) Какая наибольшая сумма рублей может быть у Миши?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



36 У Коли в копилке есть 2-рублёвые, 5-рублёвые и 10-рублёвые монеты. Если взять 20 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 2-рублёвая. Если взять 25 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 5-рублёвая. Если взять 30 монет, то среди них обязательно найдётся хотя бы одна 10-рублёвая.

- а) Может ли у Коли быть 50 монет?
- б) Какое наибольшее количество монет может быть у Коли?
- в) Какая наибольшая сумма рублей может быть у Коли?

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



ОТВЕТЫ

1. а) да;
б) нет;
в) 25.
2. а) да;
б) нет;
в) 28.
3. а) да (например, число 729);
б) нет;
в) 32.
4. а) да (например, число 144);
б) да (например, число 960);
в) 720, 840.
5. а) да (например, 27, 45 и 75);
б) 18;
в) 60.
6. а) да (например, 27, 45 и 75);
б) 18;
в) 60.
7. а) да;
б) нет;
в) 67, 89, 100, 111, 122, 133.
8. а) да;
б) нет;
в) 82, 89, 96, 103, 110, 117, 124, 131, 138, 152, 159, 166, 173.
9. а) да (например, число 1236);
б) 1512;
в) 5889 ($k = 96$).
10. а) да (например, число 2235);
б) 3024;
в) 9885 ($k = 96$).
11. а) да;
б) нет;
в) 205.
12. а) да;
б) нет;
в) 195.
13. а) да;
б) нет;
в) 2295.
14. а) да;
б) нет;
в) 897.
15. а) нет;
б) нет;
в) 27.
16. а) нет;
б) нет;
в) 51, ...
17. а) да;
б) нет;
в) 79
18. а) да;
б) нет;
в) 73



19. а) да;
б) нет;
в) 176
20. а) нет;
б) нет;
в) 1933
21. а) да;
б) нет;
в) 97
22. а) да;
б) нет;
в) 85
23. а) да;
б) нет;
в) $\frac{23}{20}$
24. а) да;
б) нет;
в) $11\frac{5}{6}$
25. а) да;
б) нет;
в) 26
26. а) да;
б) нет;
в) 80
27. а) нет;
б) да;
в) 306
28. а) нет;
б) да;
в) 552
29. а) нет;
б) нет;
в) $11\frac{2}{11}$
30. а) 42;
б) положительных;
в) 24
31. а) да;
б) нет;
в) $\frac{232}{21}$
32. а) да;
б) нет;
в) 10
33. а) 7;
б) 15;
в) 14
34. а) 12;
б) 15;
в) 6
35. а) нет;
б) 21;
в) 82
36. а) нет;
б) 36;
в) 182