

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 465

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

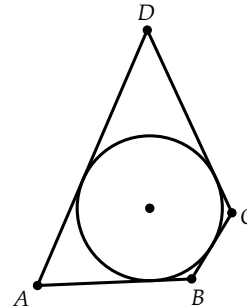
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

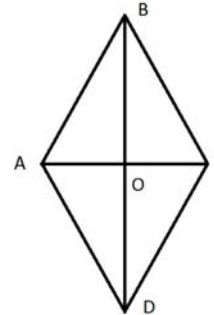
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В четырехугольник ABCD вписана окружность, $AB = 10$, $CD = 17$.
Найдите периметр четырехугольника ABCD.



Ответ: _____.

2. Диагонали ромба ABCD равны: $AC = 9$, $BD = 40$. Найдите длину вектора $\vec{AC} + \vec{BD}$.



Ответ: _____.

3. В основании пирамиды лежит треугольник ABC, в котором $AB = 16$, $BC = 7$, $\angle ABC = 30^\circ$. Найдите объем пирамиды, если ее высота равна 6.

Ответ: _____.

4. Саша и Миша решили поиграть в шахматы. Саша прячет в одной руке белую пешку, а в другой черную. Миша выбирает цвет своих фигур, указывая на левую или правую руку Саши. С какой вероятностью Миша укажет на руку с белой пешкой.

Ответ: _____.

5. Биатлонист 5 раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,6. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние 3 промахнулся. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

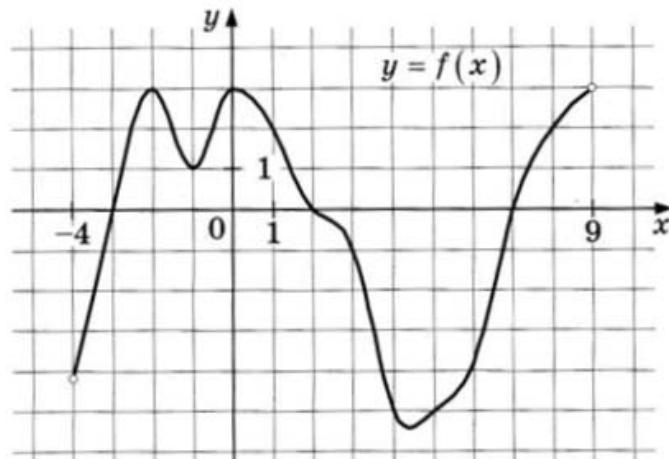
6. Решите уравнение $729 \cdot 7^x + 9^x - 63^x - 729 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из корней.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $22 \sin^2 \alpha$, если $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{10}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 9)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



Ответ: _____.

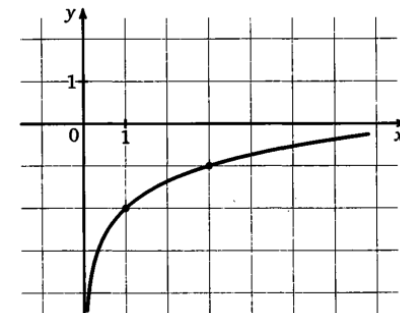
9. Зависимость объема спроса q (единиц в месяц) на продукцию предприятия-монополиста от цены p (тыс. руб.) задается формулой $q = 150 - 10p$. Выручка предприятия за месяц r (в тыс. руб.) вычисляется по формуле $r(p) = pq$. Определите наибольшую цену p , при которой месячная выручка $r(p)$ составит 500 тыс. руб. Ответ приведите в тыс. руб.

Ответ: _____.

10. Одиннадцать одинаковых рубашек дешевле куртки на 1%. На сколько процентов пятнадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = b + \log_a x$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 2$.



Ответ: _____.

12. Найдите точку максимума функции $y = (2\sqrt{x} - 3) \cdot e^{-x+2}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sqrt{2}(1 - \cos 4x) = 2 \sin 2x(1 + \cos 4x)$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[6\pi; \frac{15\pi}{2}\right]$.

14. На ребрах АВ и ВС треугольной пирамиды DABC отмечены точки М и N так, что $AM : MB = CN : NB = 2 : 1$. Точки Р и Q – середины ребер DA и DC соответственно.

А) Докажите, что точки Р, Q, М и N лежат в одной плоскости.

Б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость PQM делит пирамиду.

15. Решите неравенство:
$$\frac{2^{\log_2(x-3)} \cdot (\log_{0,2} x + 1)}{|x-4| \cdot \sqrt{6-x}} \geq 0$$

16. Константин Константинович хочет положить определенную сумму денег в банк

под некоторые проценты. $\frac{1}{3}$ этой суммы он помещает на вклад «Радостный» под r % годовых, а оставшуюся часть денег на вклад «Надежный» под q % годовых (проценты начисляются в конце года и добавляются к сумме вклада). Через год сумма вкладов (с учетом процентов) увеличилась на $\frac{2}{15}$ от первоначального значения, а через два года

стала составлять 463200 рублей. Если бы Константин Константинович изначально $\frac{1}{3}$

суммы положил на вклад «Надежный», а оставшиеся средства – на вклад «Радостный», то через год сумма вкладов (с учетом добавленных процентов)

увеличилась бы на $\frac{1}{6}$ от первоначальной. Чему в этом случае была бы равна сумма вкладов через 2 года?

17. В треугольнике ABC проведена биссектриса AD. В треугольники ADC и ADB вписаны окружности с длинами радиусов 3 и 8 соответственно, касающиеся отрезка AD в точках М и N соответственно.

А) Докажите, что треугольник, образованный точкой D и центрами данных окружностей прямоугольный.

Б) Найдите расстояние между центрами данных окружностей, если $ND = 4$.

18. Найдите все целочисленные значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \sqrt{(x-2)^2 + (y-a)^2} + \sqrt{(x-5)^2 + (y-a)^2} = 3, \\ x^2 - |a+2|x - 3a^2 = 5 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

19. Олег задумал трехзначное натуральное число n и посчитал сумму его цифр s .

А) Может ли $n \cdot s = 3402$?

Б) Может ли $n \cdot s = 6912$?

В) Известно, что $n \cdot s > 1786$. Найдите наименьшее возможное значение выражения $n \cdot s$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.