

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 464

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

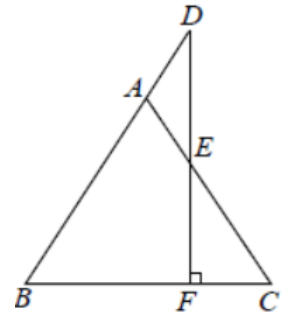
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

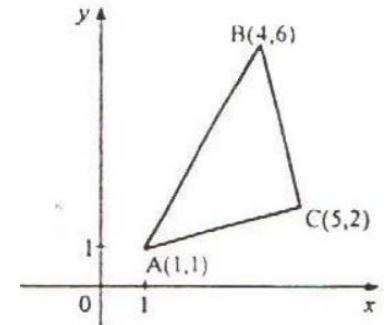
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием BC на продолжении стороны AB за точку A отмечена точка D. Из точки D опущен перпендикуляр DF на сторону BC, пересекающий AC в точке E так, что $2 \cdot DE = 3 \cdot EF$. Найдите отношение BF : FC.



Ответ: _____.

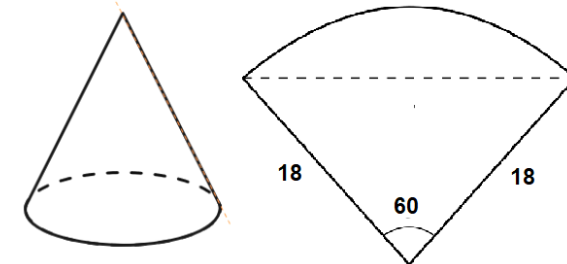
2. Найдите угол A треугольника ABC, изображенного на рисунке. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

3. Найдите объем конуса V , полученного свертыванием кругового сектора с углом 60° и радиусом 18 см. В

ответе укажите значение $\frac{V\sqrt{35}}{\pi}$



Ответ: _____.

4. Случайная выборка из некоторой генеральной совокупности содержит пять значений: 1,4; 1,2; 1,3; 1,4 и 1,2. По этой выборке найдите несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.

Ответ: _____.

5. У всех грецких орехов скорлупа разной прочности. Иван берёт из пакета наугад 2 ореха и сжимает их вместе в кулаке, отчего менее прочный орех раскалывается. Далее Иван берёт уцелевший орех, наугад выбирает из пакета ещё один и продолжает колоть орехи таким способом. К настоящему моменту оказалось уже 8 расколотых орехов и 1 целый. Какова вероятность того, что уцелевший орех уцелеет и в следующий раз?

Ответ: _____.

6. Решите уравнение: $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $\log_2 \cos^4 \frac{\pi}{7} + \log_2 \cos^4 \frac{3\pi}{7} + \log_2 \cos^4 \frac{5\pi}{7}$

Ответ: _____.

8. Касательная к графику функции $y = 3 - 2x - x^2$ проходит через точки с координатами (1;1) и (-1;5). Найдите абсциссу точки касания.

Ответ: _____.

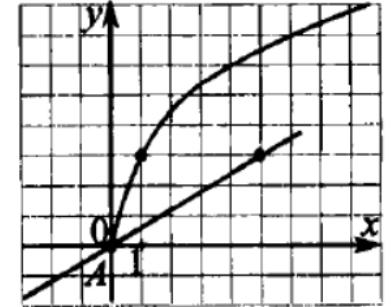
9. Металлический шарик, свободно сброшенный с вершины небоскреба, через 4 секунды пролетает мимо наблюдателя, находящегося на высоте 325 метров над землей. С какой скоростью шарик ударится о землю? Скорость свободного падения и пройденный путь определяются по формулам $v(t) = v_0 + gt$; $s(t) = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$, ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с^2 . Ответ дайте в м/с.

Ответ: _____.

10. Две свечи одинаковой длины, но разного диаметра были зажжены одновременно. Одна полностью сгорает за 5 часов, другая за 4 часа. Через некоторое время свечи были потушены, причем оказалось, что от первой свечи огарок в 4 раза длиннее, чем от второй. Сколько минут горели свечи?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx$, пересекающиеся в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 3 \cos 4x + 6 \sin 2x$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{(\operatorname{tg} x + \sqrt{3}) \cdot \log_{13}(2 \sin^2 x)}{\log_{31}(\sqrt{2} \cos x)} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\pi; \frac{3\pi}{2}\right]$

14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона основания равна 4, а боковое ребро равно 2. Через точку пересечения диагоналей грани AA_1BB_1 и середину ребра CC_1 проходит плоскость α под углом 45° к плоскости основания призмы, пересекающая сторону основания BC .

А) Докажите, что плоскость α проходит через середину M ребра BC

Б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью AB_1M

15. Решите неравенство: $\frac{\log_7 x \cdot (2 - \log_4 x)}{\log_4 x} \geq \log_x \frac{x}{4} + \log_7 x$

16. В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 800 тыс. руб. на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на r % по сравнению с концом предыдущего года (r — целое число);
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого из годов 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составлять 500 тыс. руб.;
- в июле каждого из годов 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;
- к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма выплат по кредиту составит 1780 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит платёж в 2034 году.

17. На боковых сторонах AB и BC равнобедренного треугольника ABC со сторонами $AB = BC = 8$, $AC = 6$ отмечены точки E и D соответственно так, что $AE = 2$, $CD = 1$. AD и CE пересекаются в точке O .

А) Докажите, что отношение площадей треугольников AOE и COD равно $14 : 3$.

Б) Найдите площадь четырёхугольника $BDOE$.

18. Определите все значения параметра a , при которых уравнение

$$4x^2 - 8|x| + (2a + |x| + x)^2 = 4$$

имеет ровно два различных корня.

19. В продуктовом магазине есть весы с двумя чашами. На одну чашу весов кладут только продукты, на другую гири. На чашу для гирь можно положить несколько гирь. Магази́ну разрешено продавать только целое число килограммов продуктов.

А) Можно ли некоторым набором из пяти гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?

Б) Можно ли некоторым набором из четырёх гирь отвесить любое целое число килограммов от 1 до 25?

В) Найдите наибольшее значение n такое, что любой вес от 1 до n килограммов можно отвесить каким-нибудь набором из 5 гирь.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.