

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 463**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ    Ответ: -0,8    10 - 0,8    Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

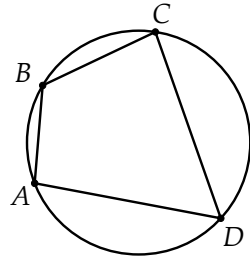
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**1.** Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Известно, что углы A и B относятся как 4 : 5, а углы C и D относятся как 7 : 5. Найдите градусную меру большего из углов этого четырёхугольника.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**2.** На координатной плоскости заданы точки: A(1;2), B(4;4), C(5;9). Найдите тангенс угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3.** Объем параллелепипеда ABCDA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub> равен 234. Найдите объем треугольной пирамиды BA<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** В гонке с раздельным стартом участвуют 33 лыжника, среди которых 6 спортсменов из Белоруссии. Порядок старта определяется случайным образом с помощью жребия. Один из белорусских лыжников получил стартовый номер «9». Найдите вероятность того, что он будет стартовать за своим соотечественником.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. У Наташи в копилке лежит 19 однорублёвых, 18 двухрублевых, 14 пятирублевых и 11 десятирублевых монет. Наташа наугад достала из копилки две монеты. Известно, что в сумме Наташа достала из копилки не менее 6 рублей. Найдите вероятность того, что хотя бы одна из монет, которые достала Наташа, пятирублевая. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

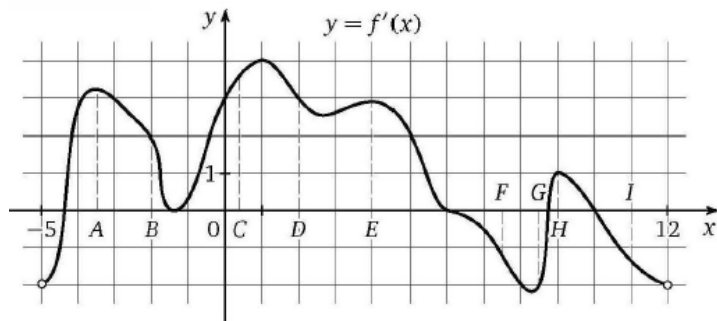
6. Решите уравнение  $5^x + 5^{\frac{2x+15}{x}} = 650$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Найдите значение выражения  $\frac{2\cos^2 68^\circ - 1}{2\cos 113^\circ \cdot \sin 67^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$ , где  $f'(x)$  – производная функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 12)$ , и отмечены 9 точек: A, B, C, D, E, F, G, H, I. Сколько из этих точек принадлежат промежуткам возрастания функции?



Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Расстояние от линзы до предмета  $d_1$  и расстояние от линзы до изображения  $d_2$  связаны соотношением  $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$ , где  $f$  – главное фокусное расстояние линзы.

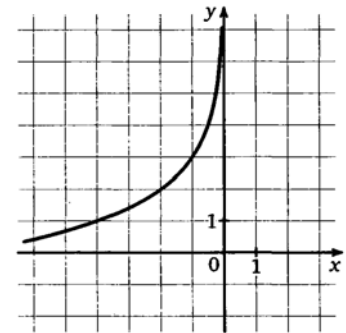
Найдите  $f$ , если известно, что при расстоянии от линзы до предмета, равном 30 см, расстояние от линзы до изображения этого предмета равно 20 см. Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. Бассейн можно наполнять через четыре трубы. Если открыты вторая, третья и четвертая трубы, то бассейн наполняется за 1 час, если открыты первая, третья и четвертая трубы – за 1 час 15 минут, а если только первая и вторая – за 1 час 40 минут. За сколько минут наполнится бассейн, если открыть все четыре трубы?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + \log_a\left(-\frac{1}{x}\right)$ . Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 5$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = \cos^4\left(\frac{22\pi}{4x^3 - x^4 - 60}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $2\log_4^2(\sin x) - x^2 + 21 = (\sqrt{25 - x^2})^2 + 7\log_4 \sin x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$ .

14. На боковом ребре FD правильной четырехугольной пирамиды FABCD отмечена точка M так, что  $FM : FD = 2 : 5$ . Точки P и Q – середины ребер AD и BC соответственно.

- А) Докажите, что сечение пирамиды плоскостью MPQ есть равнобедренная трапеция.  
Б) Найдите отношение объемов многогранников, на которые плоскость MPQ разбивает пирамиду.

15. Решите неравенство:  $\log_{625x} 25 \cdot \log_{\frac{1}{5}}(25x) \leq 2$

16. 20 мая 2024 года предприятие планирует взять в кредит S млн рублей на 4 года, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый июнь долг возрастает на 24% по сравнению со значением в конце мая;
- с сентября по декабрь необходимо выплатить часть долга;
- 20 мая каждого года, последующего за годом получения кредита, долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Дата	20.05.24	20.05.25	20.05.26	20.05.27	20.05.28
Долг	S	0,8S	0,5S	0,2S	0

Найдите наименьшее значение S, при котором сумма наибольшей и наименьшей выплат не меньше 300 млн рублей.

17. В треугольнике FGH угол G прямой,  $FG = 8$ ,  $GH = 2$ . Точка D лежит на стороне FH, A и B – точки пересечения медиан треугольников FGD и DGH соответственно.

А) Докажите, что  $9BG^2 + DH^2 = 2(DG^2 + GH^2)$ .

Б) Найдите площадь треугольника GAB.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$a^2|x + a^3| + |a^2x - 1| = 1 + a^5$$

имеет не менее 7 корней, являющихся натуральными числами.

19. На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- А) Можно ли сделать 5 ходов?  
Б) Можно ли сделать 10 ходов?  
В) Какое наибольшее число ходов можно сделать?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.