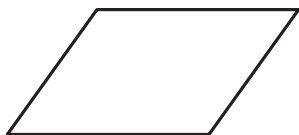


Тренировочная работа № 4

Часть № 1

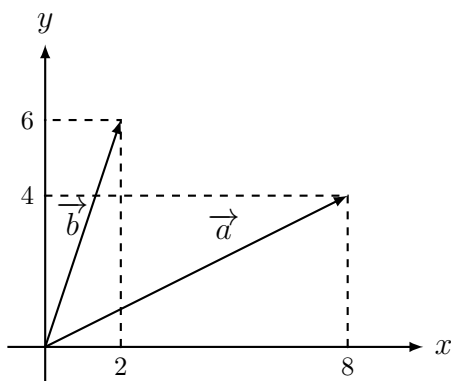
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Две стороны параллелограмма относятся как 3 : 4, а периметр его равен 70. Найдите большую сторону параллелограмма.



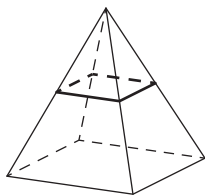
Ответ _____

- 2 Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} .



Ответ _____

- 3 В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 1. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.



Ответ _____

- 4 В соревнованиях по толканию ядра участвуют спортсмены из четырёх стран: 4 из Эстонии, 10 из Латвии, 6 из Литвы и 5 из Польши. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, выступающий первым, окажется из Литвы.

Ответ _____

- 5 Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Ответ _____

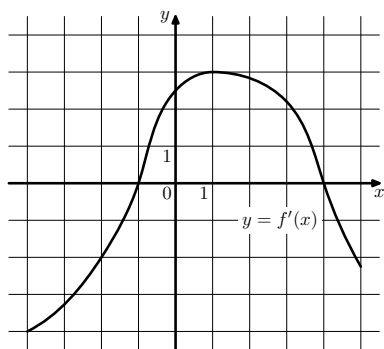
6 Найдите корень уравнения $4^{3x-8} = \frac{1}{16}$.

Ответ _____

7 Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}$ и $\alpha \in (\frac{3\pi}{2}; 2\pi)$.

Ответ _____

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 6$ или совпадает с ней.



Ответ _____

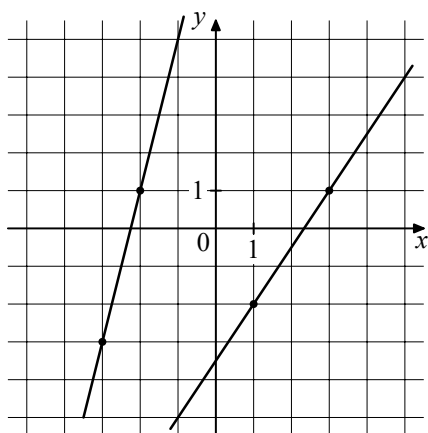
9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ _____

10 В сосуд, содержащий 5 литров 12-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Ответ _____

11 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ _____

12 Найдите точку максимума функции $y = (x + 16)e^{16-x}$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13** а) Решите уравнение $2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos \left(\frac{3\pi}{2} - x \right)$.
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$.
- 14** В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ известны рёбра: $AB = 4\sqrt{2}$, $AA_1 = 4$. Точка M — середина ребра BC .
- а) Докажите, что прямые B_1C и C_1M перпендикулярны.
- б) Найдите угол между прямой C_1M и плоскостью грани ABB_1A_1 .
- 15** Решите неравенство $\frac{2 \cdot 3^x - 10 \cdot 3^{2-x}}{3^x - 3^{2-x}} \geq 1$.
- 16** Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме того, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 6 млн рублей.
- 17** Дана трапеция $ABCD$, где $AB = BC = CD$, точка E лежит на плоскости так, что $BE \perp AD$ и $CE \perp BD$.
- а) Докажите, что углы AEB и BDA равны.
- б) Найдите площадь трапеции, если $AB = 50$, а $\cos \angle AEB = \frac{4}{5}$.
- 18** Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение
- $$\sqrt{x-a} \cdot \sin x = \sqrt{x-a} \cdot \cos x$$
- имеет ровно один корень на отрезке $[0; \pi]$
- 19** На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: или $a + b$ и $2a - 1$, или $a + b$ и $2b - 1$ (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).
- а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.
- б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?
- в) Сделали 513 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?