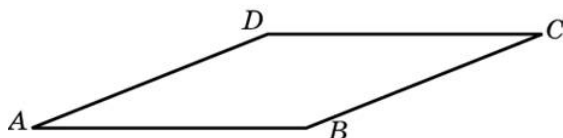


Тренировочная работа № 13

Часть № 1

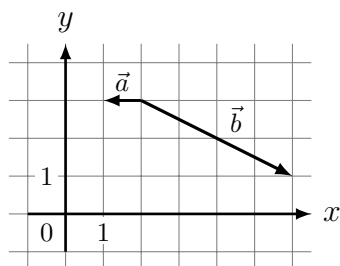
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1 Найдите площадь ромба, если его диагонали равны 4 и 12.



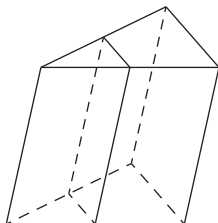
Ответ _____

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ _____

- 3 Площадь боковой поверхности треугольной призмы равна 24. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь боковой поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ _____

- 4 На олимпиаде по истории 400 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории.

Ответ _____

- 5 Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 40% этих стёкол, вторая — 60%. Первая фабрика выпускает 1% бракованных стёкол, а вторая — 2%. Найдите вероятность того, что купленное в магазине случайное стекло окажется без брака.

Ответ _____

- 6 Найдите корень уравнения $x^2 - 16x + 63 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

Ответ _____

- 7 Найдите значение выражения $\frac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

Ответ _____

- 8 Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^2 + 4t - 20$, где x — расстояние от точки отсчёта в метрах, t — время в секундах, прошедшее с начала движения. Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 6$ с.

Ответ _____

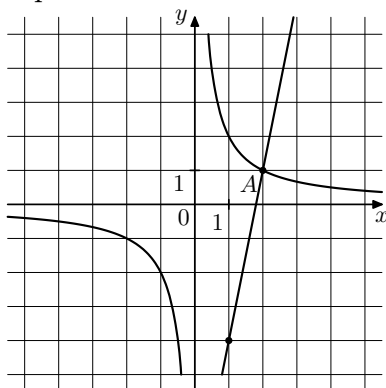
- 9 Катер должен пересечь реку шириной $L = 100$ м и со скоростью течения $u = 0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 200 с?

Ответ _____

- 10 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Ответ _____

- 11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = \frac{k}{x}$ и $g(x) = ax + b$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите ординату точки B .



Ответ _____

- 12 Найдите точку минимума функции $y = 3x - \ln(x + 3)^3$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $\cos 2x - 5\sqrt{2} \cos x - 5 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14 В основании пирамиды $SABCD$ лежит трапеция $ABCD$ с большим основанием AD . Диагонали пересекаются в точке O . Точки M и N — середины боковых сторон AB и CD соответственно. Плоскость α проходит через точки M и N параллельно прямой SO .

а) Докажите, что сечение пирамиды $SABCD$ плоскостью α является трапецией.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α , если $AD = 7$, $BC = 5$, $SO = 4$, а прямая SO перпендикулярна прямой AD .

15 Решите неравенство $2 \log_7 (x\sqrt{2}) - \log_7 \left(\frac{x}{1-x}\right) \leq \log_7 \left(8x^2 + \frac{1}{x} - 5\right)$.

16 В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на сумму 700 тысяч рублей на 10 лет. Условия его возврата таковы:

— в январе 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг возрастает на 19% по сравнению с концом предыдущего года;

— в январе 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг возрастает на 16% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2035 года кредит должен быть погашен полностью.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

17 В параллелограмме $ABCD$ угол BAC вдвое больше угла CAD . Биссектриса угла BAC пересекает отрезок BC в точке L . На продолжении стороны CD за точку D выбрана такая точка E , что $AE = CE$.

а) Докажите, что $AL \cdot BC = AB \cdot AC$.

б) Найдите EL , если $AC = 8$, $\operatorname{tg} \angle BCA = \frac{1}{2}$.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 + 4x - a}{15x^2 - 8ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 Квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q имеет два натуральных корня.

а) Найдите все возможные значения p , если $q = 11$.

б) Могут ли одновременно выполняться неравенства $p > 100$ и $q < 20$?

в) Найдите наименьшее значение $(p + q)$ при $p < 20$ и $q < 20$.