

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 462

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

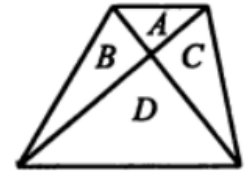
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

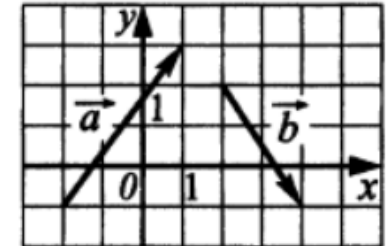
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Трапеция делится диагоналями на 4 треугольника с площадями A, B, C и D.  $A = 3$ ,  $D = 12$ . Найдите площадь трапеции.



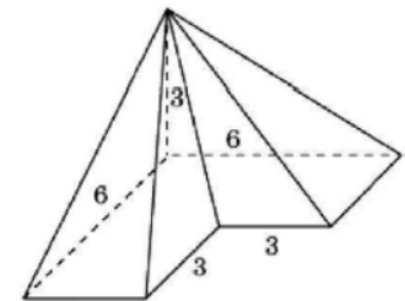
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите площадь параллелограмма ABCD, если  $\vec{AB} = \vec{a}$ ,  $\vec{BC} = \vec{b}$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. Найдите объем пирамиды, изображенной на рисунке. Ее основанием является многоугольник, соседние стороны которого перпендикулярны, а одно из боковых ребер перпендикулярно плоскости основания и равно 3.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** Игральный кубик бросили два раза. Известно, что сумма выпавших очков не делится на 3. Найдите вероятность того, что наименьшее число выпавших очков меньше 3. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**5.** Четыре стрелка одновременно стреляют по мишени. Вероятности попадания в цель равны для первого – 0,75, для второго – 0,8, для третьего – 0,85, для четвертого – 0,9. Оказалось, что в мишень попало ровно три пули. Найдите вероятность того, что в мишень попали первые три стрелка. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Решите уравнение  $x + \sqrt{3x+1} + \sqrt{(x-3)^2} = 2$ . Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** Найдите значение выражения:  $\frac{52^{\log_2 338}}{13^{\log_2 52}} + \frac{\frac{1}{2} \log_2 (6 - \sqrt{37})^2}{\log_2 (6 + \sqrt{37})^{-1}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**8.** Значение первообразной  $F(x)$  функции  $f(x) = 2e^x$  в точке 0 равно 5. Найдите  $F(\ln 2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Траектория полета снаряда пушки описывается формулой  $y = ax^2 + bx$ , где  $a = -\frac{1}{600}$  км<sup>-1</sup> и  $b$  постоянные параметры,  $x$  (км) – смещение снаряда по горизонтали,  $y$  (км) – высота снаряда над землей в метрах. Какова максимальная высота снаряда над землей (в метрах), если дальность стрельбы пушки составляет 24 км?

Ответ: \_\_\_\_\_.

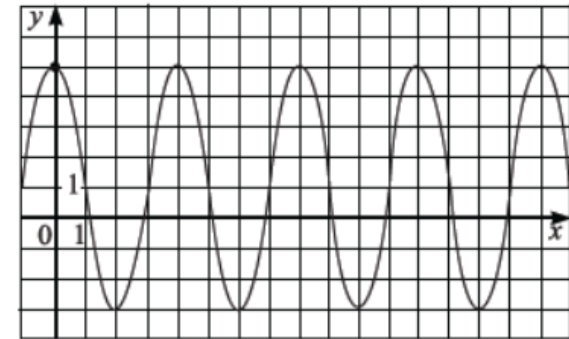
**10.** Два бегуна стартуют из одной точки кольцевой дорожки стадиона, третий бегун стартует одновременно с ними в том же направлении из диаметрально противоположной точки. Пробежав три круга, третий бегун впервые после старта догнал второго. Через 2,5 минуты после этого первый бегун впервые догнал третьего. Сколько кругов в минуту пробегает второй бегун, если первый обгоняет его один раз каждые 6 минут?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** На рисунке изображен график функции вида  $f(x) = a \cos \frac{\pi x}{b} + c$ , где числа  $a, b$  и  $c$  – целые.

Найдите  $f\left(-\frac{10}{3}\right)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



**12.** Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = \sqrt[4]{7^{2x+6}} + 0,5 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^x$  на отрезке  $[-1; 0]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение  $16 \cos^4 \frac{x}{4} + 6 \sin^2 \frac{x}{4} = 3 \cos \frac{x}{2} + 12 \cos^2 \frac{x}{4} \cos 3x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку  $\left(-\frac{14\pi}{3}; \pi\right]$

14. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  точка  $M$  – середина ребра  $D_1 C_1$ , а на ребрах  $AA_1$  и  $CC_1$  отмечены точки  $Q$  и  $N$  так, что  $AQ : A_1 Q = 1 : 4$ ;  $CN : C_1 N = 3 : 2$ . Через точки  $M$  и  $N$  проведена плоскость  $\alpha$  параллельно прямой  $CQ$ .

А) Докажите, что плоскость  $\alpha$  проходит через вершину  $B$ .

Б) Найдите отношение, в котором плоскость  $\alpha$  делит объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$

15. Решите неравенство:  $5^{\log_{x+1}(3x^2+8x+4)} \geq (x^2 + 3x + 2)^{\log_{x+1} 25}$

16. Строительство нового завода стоит 376 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + x + 12$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + x + 12)$ . Когда завод будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы годовая прибыль была наибольшей. В первый год после постройки завода цена продукции  $p = 14$  тыс. рублей за единицу. Каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. рублей за единицу. За сколько лет окупится строительство завода?

17. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $O$ . Сумма площадей треугольников  $AOB$  и  $COD$  равна сумме площадей треугольников  $BOC$  и  $AOD$ , а площадь треугольника  $BOC$  вдвое больше, чем площадь треугольника  $AOB$ . Медианы  $BK$  и  $BL$ , треугольников  $ABD$  и  $DBC$  пересекают отрезок  $AC$  в точках  $M$  и  $N$ , соответственно.

А) Докажите, что  $BO = OD$

Б) Найдите  $KL$ , если  $NC = 4$ .

18. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$9^{-|x-a|} \cdot \log_{\sqrt[3]{5}}(x^2 + 2x + 3) + 3^{-x^2-2x} \cdot \log_{\frac{1}{5}}(2|x-a| + 2) = 0$$

имеет ровно три различных корня.

19. Шестизначное число, в десятичной записи которого присутствуют по одному разу цифры 1,2,3,4,5,6, будем называть *хорошим*.

А) Может ли *хорошее* число быть простым?

Б) Может ли *хорошее* число иметь натуральных 63 делителя?

В) Может ли *хорошее* число делиться на 11?

Г) Сколько *хороших* чисел делится на 12?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.