

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 460

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

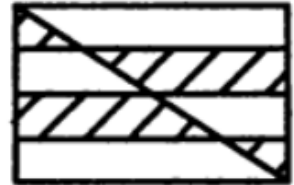
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1.** В прямоугольник со сторонами 6 и 4, разделенном на четыре равные полоски, проведена диагональ. Чему равна площадь фигуры, заштрихованной на рисунке?



Ответ: _____.

- 2.** Даны векторы $\vec{a}(-1;3)$, $\vec{b}(4;1)$, $\vec{c}(2, y_c)$. Найдите y_c , если $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$

Ответ: _____.

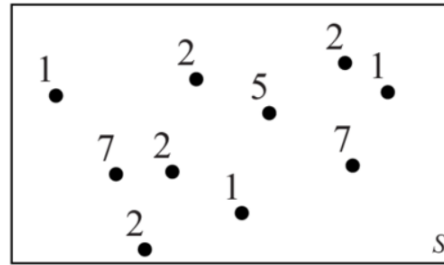
- 3.** Расстояния между тремя точками сферы равны 6, 8 и 10, а расстояние от проходящей через них плоскости до центра сферы равно 12. Найдите диаметр сферы.

Ответ: _____.

- 4.** На книжную полку случайным образом поставили две книги М.Ю. Лермонтова и шесть книг Ф.М. Достоевского. Какова вероятность того, что книги М.Ю. Лермонтова не будут стоять рядом?

Ответ: _____.

5. На диаграмме Эйлера схематически показан случайный опыт S , с которым связана случайная величина X . Все элементарные события равновозможны, и около каждого указано соответствующее значение случайной величины X .



Найдите вероятность события $(2 < X \leq 7)$

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $5x - |x| \cdot \sqrt{25 - \frac{60}{x+4}} + 6 = 0$. Если уравнение имеет более

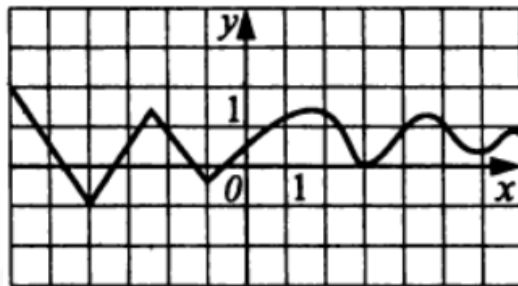
одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения: $\frac{2 \log_5 3 - \log_5^2 3 + 2 \log_5 15 + \log_5^2 15}{\log_5 3 - 2 \log_{15}^{-1} 5^{-2}}$.

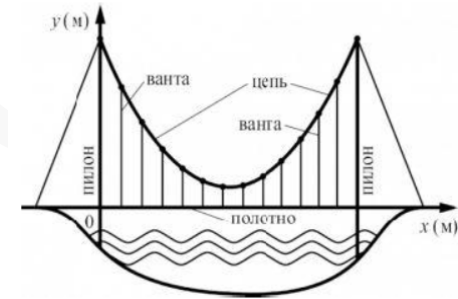
Ответ: _____.

8. На рисунке изображен участок функции $y = f(x)$. Пользуясь этим рисунком, найдите количество точек из промежутка $[-5; 5]$, в которых производная данной функции равна нулю.



Ответ: _____.

9. На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение $y = 0,001x^2 - 0,28x + 26$ где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 10 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

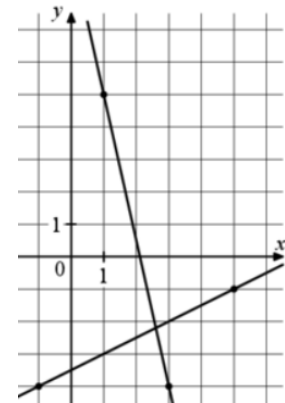


Ответ: _____.

10. Математик шел домой вверх по течению реки со скоростью в полтора раза большей, чем скорость течения, и держал в руке палку и мобильный телефон. Он бросил в ручей мобильный телефон, перепутав его с палкой, и продолжил идти с той же скоростью. Вскоре он заметил ошибку, бросил палку в ручей и побежал назад со скоростью вдвое большей, чем шел вперед. Догнав пловущий мобильный телефон, он мгновенно вынул его из воды, повернулся и пошел вверх по течению с первоначальной скоростью. Через 10 минут он встретил пловущую по ручью палку. На сколько минут раньше он пришел бы домой, если бы не перепутал палку с мобильным телефоном?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 7 - \sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{5} - x\right)$ на отрезке

$$\left[-\frac{7\pi}{15}; -\frac{\pi}{20}\right]$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\left| \operatorname{ctg}^2 2x + 8\sqrt{-\operatorname{ctg} 2x} - 3 \right| = \left| \operatorname{ctg}^2 2x - 8\sqrt{-\operatorname{ctg} 2x} - 3 \right|$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{3\pi}{4}; \pi\right]$

14. Все грани призмы $ABCA_1B_1C_1D_1$ – равные ромбы со стороной, равной 2. Плоские углы при вершине А равны 60° каждый. Через середину диагонали A_1C проведена плоскость α перпендикулярная этой диагонали.

- А) Докажите, что сечение призмы $ABCA_1B_1C_1D_1$ плоскостью α – квадрат
 Б) Найдите расстояние от точки А до плоскости α .

15. Решите неравенство: $\frac{\log_2 \log_4 (x+1)}{x^2 - 6x + 8} \cdot (25^x - 130 \cdot 5^x + 625) \geq 0$

16. Имеются три сплава, в состав которых входят металлы А, В и С. Первый сплав содержит 20% металла А, 30% металла В, 50% металла С. Второй сплав содержит 50% металла А, 20% металла В, 30% металла С. Третий сплав содержит 30% металла А, 40% металла В, 30% металла С. Сколько кг каждого сплава нужно взять, чтобы получить 10 кг нового сплава, который содержал бы 25% металла А, а процентное содержание металла В было бы минимально возможным?

17. В треугольнике MNK известно, что: $MN = 6$, $NK = 7$, $\angle MNK = 60^\circ$.

В треугольник MNK вписан квадрат, две вершины которого лежат на стороне MN , одна на стороне NK и одна на стороне MK . Через середину стороны MN и центр квадрата проведена прямая, которая пересекается с высотой KH в точке O , а с прямой NK – в точке F .

- А) Докажите, что $KO = OH$
 Б) Найдите FK

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$(x^3 - 3x^2 - 9x + 3 - 0,5a) \cdot (2 \sin x \cdot \cos x + 2 \cos^2 x - 4 \sin^2 x - 1 - a) = 0$$

имеет ровно три различных решения.

19. Множество, состоящее из 20 первых натуральных чисел, разбивают произвольным образом на два подмножества по 10 чисел в каждом. Произведения всех чисел в этих подмножествах обозначим через M и N .

- А) Может ли быть $M = N$?
 Б) Какие наибольшее и наименьшее целые значения могут иметь частное $\frac{M}{N}$?
 В) Сколько всего различных целых значений может иметь частное $\frac{M}{N}$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.