Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 459

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

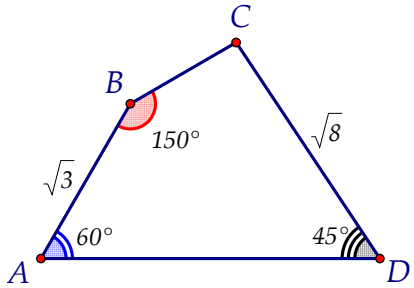
Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cdot\cos\beta + \cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cdot\cos\beta - \sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В четырехугольнике ABCD углы при его вершинах A, B и D соответственно равны 60^0, 150^0 и 45^0 (рисунок). Найдите длину стороны BC, если $AB=\sqrt{3}$, $CD=\sqrt{8}$.

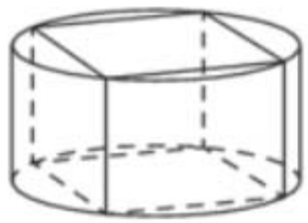


Ответ: _____.

2. Найдите значение n, при которых векторы $\vec{a}(n;6)$ и $\vec{b}(10;15)$ коллинеарны.

Ответ: _____.

3. Куб вписан в цилиндр, площадь основания которого равна 72π. Найдите площадь поверхности куба.



Ответ: _____.

4. Игральную кость бросают дважды. Известно, что сумма выпавших очков больше 7. Найдите вероятность того события «ни при одном из бросков не выпадало меньше 4 очков».

Ответ: _____.

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

5. На столе лежат две коробки с карандашами. В первой находится 3 синих и 5 красных карандашей, вторая пустая. Демьян, не глядя, переложил какие-то 3 карандаша во вторую коробку. Найдите вероятность того, что в каждой коробке есть синие карандаши. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $3^{3-5x} = 0{,}6 \cdot 5^{3-5x}$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\left(\sqrt[3]{4}\right)^{\log_4 343}$.

Ответ: _____.

8. Прямая $y = -20x - 400$ является касательной к графику функции $y = x^3 - 6x^2 - 200x + 1000$. Найдите ординату точки касания.

Ответ: _____.

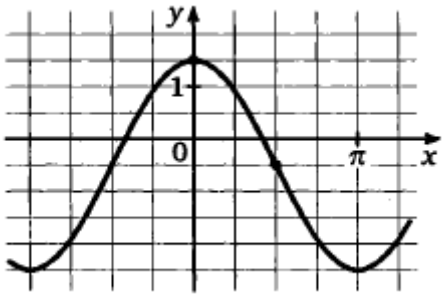
9. Оптическая сила объектива, с помощью которого предмет, сфотографированный с расстояния d_1 получается на пленке высотой h_1, а при фотографировании с расстояния d_2 – высотой h_2, вычисляется по формуле: $D = \dfrac{h_1 - h_2}{d_2 h_2 - d_1 h_1}$. Найдите h_2, если $d_1 = 1{,}5\ м$, $h_1 = 0{,}04\ м$, $d_2 = 2\ м$ и $D = 1{,}5\ \left(\dfrac{1}{м}\right)$. Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

10. Два ретрансляционных спутника за 1 час могут обработать 40 млрд сигналов. Известно, что первый спутник может обработать 125 млрд сигналов на 3 часа быстрее, чем второй – 120 млрд сигналов. За сколько часов первый спутник может обработать 500 млрд сигналов?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a\cos x + b$. Найдите значение выражения $2024 \cdot \dfrac{a+b}{0{,}1(a-b)}$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x^3 - 54x + 1$ на отрезке $[-5;0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение

$$2\log_3^2(8\cos x+5\sqrt{3})-9\log_3(8\cos x+5\sqrt{3})+4=0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2\pi;\frac{7\pi}{2}\right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде DABC углы при вершинах всех боковых граней прямые. Внутри пирамиды находится куб, диагональ которого совпадает с высотой пирамиды.

А) Докажите, что ребро куба в три раза меньше бокового ребра пирамиды.

Б) Найдите площадь поверхности пирамиды DABC, если площадь поверхности куба равна 96.

15. Решите неравенство:

$$x^3+9x^2+6-\frac{6x^3+4{,}5x^2}{x-3}\le\frac{(3x+1)^2-19}{x-3}$$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на S тысяч рублей на 32 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2 % по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14 число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа первый и последний месяцы долг должен уменьшаться на 250 тысяч рублей, все остальные месяцы долг должен быть меньше долга на 15-е число предыдущего месяца на x тысяч рублей.

Найдите S, если всего было выплачено банку 2061,5 тысяч рублей?

17. Диагональ трапеции делит ее на два подобных прямоугольных треугольника, в каждый из которых вписана окружность.

А) Докажите, что произведение оснований трапеции равно квадрату этой диагонали.

Б) Найдите расстояние между центрами окружностей, вписанных в эти треугольники, если основания трапеции равны 9 и 25.

18. Найдите все значения параметра *a*, при каждом из которых уравнение

$$a(xy+yz+zx)(x+y+z)=(x+y)(x+z)(y+z)$$

имеет хотя бы одно решение $(x;y;z)$, где x, y и z – положительные действительные числа.

19. Николай Сергеевич написал на доске 15 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое восьми наименьших из них равно 7. Среднее арифметическое восьми наибольших равняется 20.

А) Может ли наименьшее из этих 15 чисел равняться 5?

Б) Может ли среднее арифметическое всех 15 чисел равняться 13?

В) Пусть k – восьмое по величине число, m – среднее арифметическое всех чисел. Найдите наибольшее значение $m-k$.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Разрешается свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях