

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 245

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

-	0	,	8																
---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

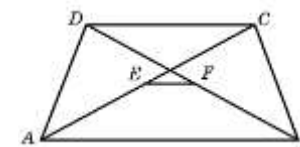
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Основания трапеции равны 3 и 2. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей трапеции.



2. Даны векторы  $\vec{m}(2; -3)$ ,  $\vec{n}(-2; 1)$ ,  $\vec{k}(2; 3)$  и  $\vec{p}(3; 1)$ . Найдите скалярное произведение  $(\vec{m} - \vec{n}) \cdot (\vec{k} - \vec{p})$ .

3. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна  $\sqrt{8}$  и образует углы  $30^\circ$ ,  $30^\circ$  и  $45^\circ$  с плоскостями граней параллелепипеда. Найдите объем параллелепипеда.

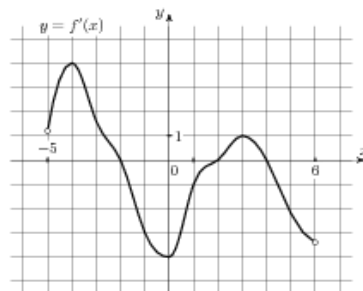
4. Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта различны?

5. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,04. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,97. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,03. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

6. Решите уравнение  $\sin \frac{\pi(2x-3)}{6} = -0,5$ . В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

7. Найдите значение выражения  $21^{0,6} \cdot 7^{1,4} : 3^{-0,4}$

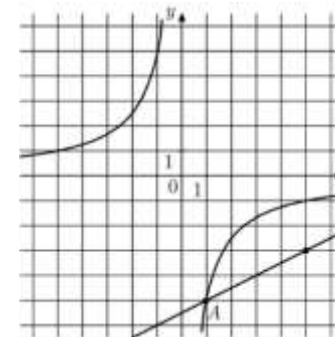
8. На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 6)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x - 19$  или совпадает с ней.



9. Для обогрева помещения, температура в котором равна  $T_{\text{н}} = 20^\circ\text{C}$ , через радиатор отопления, пропускают горячую воду температурой  $T_{\text{в}} = 60^\circ\text{C}$ . Расход проходящей через трубу воды  $m = 0,3$  кг/с. Проходя по трубе расстояние  $x$  (м), вода охлаждается до температуры  $T$  ( $^\circ\text{C}$ ), причем  $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{н}}}{T - T_{\text{н}}}$  (м), где  $c = 4200 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}}$  — теплоемкость воды,  $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^\circ\text{C}}$  — коэффициент теплообмена, а  $\alpha = 0,7$  — постоянная. До какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы 84 м?

10. Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках A и B. Найдите абсциссу точки B.



12. Найдите точку минимума функции

$$y = (4x^2 - 16x + 16)e^{x-9}$$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**13.** а) Решите уравнение

$$2\sin^2 x = 3\sqrt{2} \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**14.** В кубе  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  отмечены середины  $M$  и  $N$  отрезков  $AB$  и  $AD$  соответственно.

а) Докажите, что прямые  $B_1 N$  и  $CM$  перпендикулярны.

б) Найдите расстояние между этими прямыми, если  $B_1 N = 3\sqrt{5}$ .

**15.** Решите неравенство:

$$x^2 \log_{16} x \geq \log_{16} x^5 + x \log_2 x$$

**16.** В июле планируется взять кредит в банке на сумму 6 млн рублей на срок 15 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите  $r$ , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,9 млн рублей, а наименьший—не менее 0,5 млн рублей.

**17.** Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Прямая  $BO$ , где  $O$  — центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке  $P$ .

а) Докажите, что  $OP = AP$ .

б) Найдите расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$ , если  $\angle ABC = 120^\circ$ , а радиус описанной окружности равен 18.

**18.** Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{a \sin x + \cos x} = \sqrt{a \cos x + \sin x}$$

имеет решения на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$ .

**19.** У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Цена пирожного в рублях выражается целым числом. Петя хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?

б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 245

<b>1</b>	0,5	<a href="#">Решение</a>
<b>2</b>	- 12	<a href="#">Решение</a>
<b>3</b>	4	<a href="#">Решение</a>
<b>4</b>	0,72	<a href="#">Решение</a>
<b>5</b>	0,0676	<a href="#">Решение</a>
<b>6</b>	- 1	<a href="#">Решение</a>
<b>7</b>	147	<a href="#">Решение</a>
<b>8</b>	2	<a href="#">Решение</a>
<b>9</b>	30	<a href="#">Решение</a>
<b>10</b>	21	<a href="#">Решение</a>
<b>11</b>	10	<a href="#">Решение</a>
<b>12</b>	2	<a href="#">Решение</a>

<b>13</b>	а) $\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi k; k \in Z;$ б) $\frac{5\pi}{4}.$	<a href="#">Решение</a>
<b>14</b>	2.	
<b>15</b>	$(0;1] \cup [5; \infty).$	<a href="#">Решение</a>
<b>16</b>	25.	<a href="#">Решение</a>
<b>17</b>	27.	
<b>18</b>	$(-\infty; -1] \cup \{1\}.$	
<b>19</b>	а) да; б) нет; в) 13.	