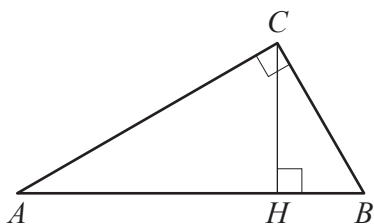


Тренировочная работа № 12

Часть № 1

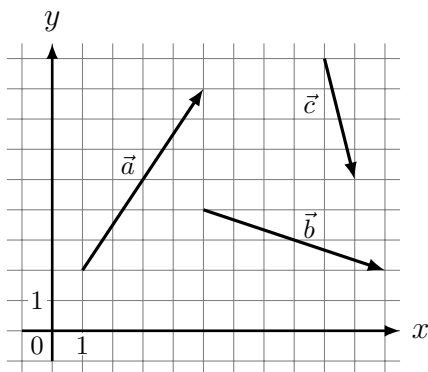
Ответом к каждому из заданий 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите ответы к заданиям в поле ответа в тексте работы.

- 1** В треугольнике ABC угол C равен 90° , CH — высота, $AB = 27$, $\cos A = \frac{2}{3}$. Найдите AH .



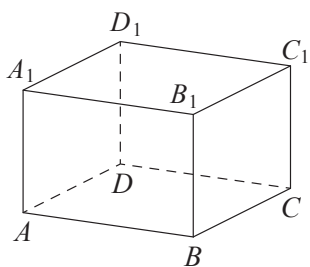
Ответ _____

- 2** На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} , \vec{b} и \vec{c} . Найдите длину вектора $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.



Ответ _____

- 3** В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известно, что $AB = 24$, $AD = 10$, $AA_1 = 22$. Найдите площадь сечения, проходящего через вершины A , A_1 и C .



Ответ _____

- 4** В чемпионате по гимнастике участвуют 60 спортсменок: 16 из Чехии, 17 из Словакии, остальные из Австрии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Австрии.

Ответ _____

- 5** Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 2».

Ответ _____

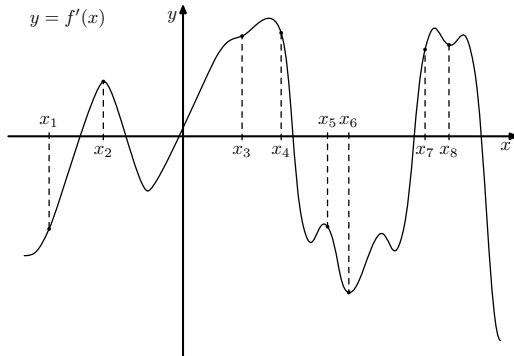
6 Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+3)}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе запишите наименьший положительный корень.

Ответ _____

7 Найдите значение выражения $\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$.

Ответ _____

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечено восемь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$. Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции $f(x)$?



Ответ _____

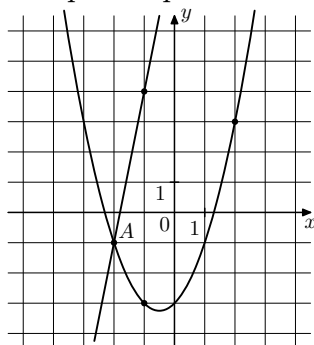
9 Деталью некоторого прибора является вращающаяся катушка. Она состоит из трех однородных соосных цилиндров: центрального массой $m = 4$ кг и радиуса $R = 5$ см, и двух боковых с массами $M = 2$ кг и с радиусами $R + h$. При этом момент инерции катушки относительно оси вращения, выражаемый в $\text{кг} \cdot \text{см}^2$, дается формулой $I = \frac{(m+2M)R^2}{2} + M(2Rh + h^2)$. При каком максимальном значении h момент инерции катушки не превышает предельного значения $250 \text{ кг} \cdot \text{см}^2$? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ _____

10 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ _____

11 На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B . Найдите абсциссу точки B .



Ответ _____

12 Найдите наименьшее значение функции $y = 5 \cos x - 6x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

Ответ _____

Часть № 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте отдельный лист. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение $2 \cos^3 x + \sqrt{3} \cos^2 x + 2 \cos x + \sqrt{3} = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14 В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона AB основания равна $2\sqrt{3}$, а высота SH пирамиды равна 3. Точки M и N — середины рёбер CD и AB соответственно, а NT — высота пирамиды $NSCD$ с вершиной N и основанием SCD .

а) Докажите, что точка T является серединой SM .

б) Найдите расстояние между NT и SC .

15 Решите неравенство $1 + \frac{14}{3^x - 9} + \frac{48}{9^x - 2 \cdot 3^{x+2} + 81} \geq 0$.

16 В июле 2020 года планируется взять кредит сроком на 5 лет в размере 630 тыс. рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга;
- в июле 2021, 2022 и 2023 годов долг остаётся равным 630 тыс. руб.;
- суммы выплат 2024 и 2025 годов равны.

Найдите r , если в 2025 году долг будет полностью выплачен и общие выплаты составят 915 тыс. рублей.

17 Биссектриса BB_1 и высота CC_1 треугольника ABC пересекают описанную окружность в точках M и N . Известно, что угол BCA равен 85° и угол ABC равен 40° .

а) Докажите, что $CN = BM$.

б) Пусть MN и BC пересекаются в точке D . Найти площадь треугольника BDN , если его высота BH равна 7.

18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - a(a-1)x - a^3}{\sqrt{3+2x-x^2}} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19 На овощебазу завезли капусту. Каждый из кочанов капусты весит 1, 2 или 3 килограмма. Фермер Иван поехал на овощебазу за капустой. Его сосед Фёдор попросил купить для него столько же капусты (по массе). На овощебазе Ивану составила набор кочанов капусты, суммарная масса которых составила N кг. Нужно разделить эти кочаны поровну (по массе) между Иваном и Федором так, чтобы не пришлось резать кочаны.

а) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 20$, который невозможно разделить поровну?

б) Существует ли набор кочанов суммарной массой $N = 24$, который невозможно разделить поровну?

в) Найдите все значения N , для которых любой набор кочанов суммарной массы N можно разделить поровну.