

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8																
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Площадь треугольника ABC равна 183, DE — средняя линия, параллельная стороне AB . Найдите площадь трапеции $ABED$.

Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a}(4; -1)$ и $\vec{b}(b_0; 8)$. Найдите b_0 , если $|\vec{b}| = 2,5|\vec{a}|$. Если таких значений несколько, в ответ запишите большее из них.

Ответ: _____.

- 3** В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объём этого шара, делённый на π .

Ответ: _____.

- 4** Вероятность того, что новый сканер прослужит больше года, равна 0,94. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,87. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ: _____.

- 5** В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: _____.



6 Найдите корень уравнения

$$(x + 4)^3 = -125.$$

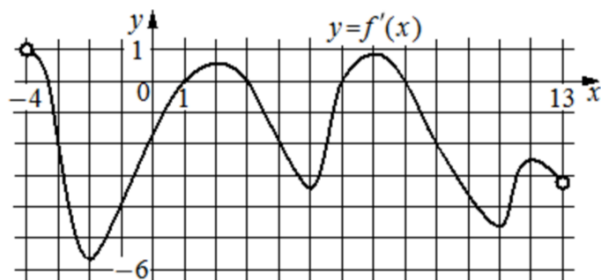
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения

$$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}.$$

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-4; 13)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 10$ или совпадает с ней.



Ответ: _____.

9 Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле

$$R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1) \cdot \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}},$$

где $r_{\text{пок}}$ – средняя оценка магазина покупателями (от 0 до 1), $r_{\text{экс}}$ – оценка магазина экспертами (от 0 до 0,7) и K – число покупателей, оценивших магазин.

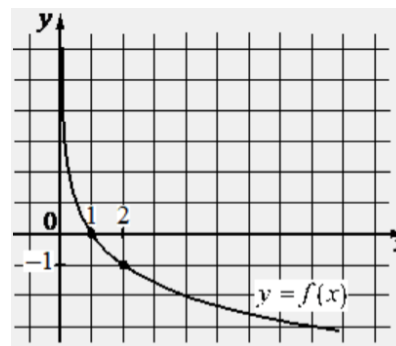
Найдите рейтинг интернет-магазина «Бета», если число покупателей, оставивших отзыв о магазине, равно 20, их средняя оценка равна 0,25, а оценка экспертов равна 0,61.

Ответ: _____.

10 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \log_a x$. Найдите значение $f(8)$.



Ответ: _____.



- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = (x + 5)^2 \cdot e^{2-x}.$$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

- 14 В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

- 15 Решите неравенство

$$\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5.$$

- 16 Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производится абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование.

В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $3t$ единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят $4t$ единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделять 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

- 17 В трапеции $ABCD$ точка E – середина основания AD , точка M – середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .

- а) Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
б) Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 3$, $AD = 4$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 - 2ax + x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

выполняется при всех x .



19 Десять мальчиков и семь девочек пошли в лес за грибами. Известно, что любые две девочки набрали больше грибов, чем любые три мальчика, но любые пять мальчиков набрали больше грибов, чем любые три девочки.

- а) Может ли так случиться, что какая-то девочка набрала меньше грибов, чем какой-нибудь мальчик?
 б) Может ли так случиться, что количество найденных грибов у всех детей будет различным?
 в) Найдите минимальное возможное количество грибов, собранное всеми детьми суммарно.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!
 Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_50324613
 (также доступны другие варианты для скачивания)




















СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	137,25	
2	6,5	
3	4,5	
4	0,07	
5	0,83	
6	-9	
7	-0,5	
8	5	
9	0,265	
10	7	
11	-3	
12	-3	
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $\frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}; \frac{11\pi}{3}$	
14	$\arccos\left(\frac{1}{2\sqrt{10}}\right)$	
15	(1; 31]	
16	500	
17	$\frac{2}{9}$	
18	(-2; 1)	
19	а) нет б) да в) 106	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$2 \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$.

$$2 \left(\sin 2x \cos \frac{\pi}{6} + \cos 2x \sin \frac{\pi}{6} \right) - \cos x = \sqrt{3} \sin 2x - 1$$

$$2 \sin 2x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 \cos 2x \cdot \frac{1}{2} - \cos x - \sqrt{3} \sin 2x + 1 = 0$$

$$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$$

$$2 \cos^2 x - \cos x + 1 = 0$$

$$\cos x \cdot (2 \cos x - 1) = 0$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

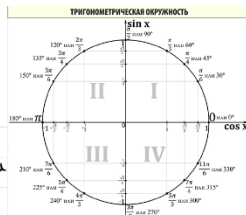
Получим

$$x = \frac{5\pi}{2}$$

$$x = \frac{7\pi}{2}$$

$$x = \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3} = \frac{11\pi}{3}$$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{5\pi}{2}, \frac{7\pi}{2}, \frac{11\pi}{3}$



ИСТОЧНИКИ

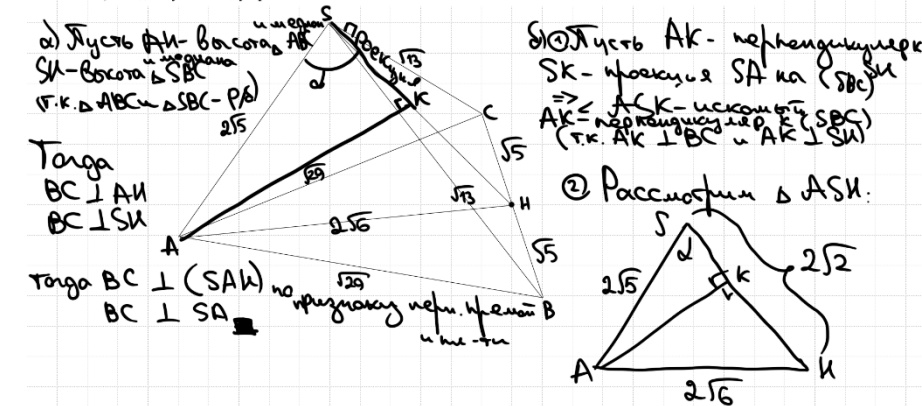
- ФИР (старый банк)
 - ФИР (новый банк)
 - Основная волна 2018
 - Янтарко 2022 (36 вар)
 - Янтарко 2021 (36 вар)
 - Янтарко 2020 (36 вар)
 - Янтарко 2019 (36 вар)
- ФОРМУЛЫ СУММЫ И РАЗНОСТИ**
- $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
 - $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$
 - $\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$
 - $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$
- ФОРМУЛЫ ДВОЙНОГО УГЛА**
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$
 - $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
 - $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$
 - $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$

14

В пирамиде $SABC$ известны длины рёбер: $AB = AC = \sqrt{29}$, $BC = SA = 2\sqrt{5}$, $SB = SC = \sqrt{13}$.

- а) Докажите, что прямая SA перпендикулярна прямой BC .
- б) Найдите угол между прямой SA и плоскостью SBC .

ИСТОЧНИКИ
 Досрочная волна 2019



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



15 Решите неравенство

$$\log_8(x^3 - 3x^2 + 3x - 1) \geq \log_2(x^2 - 1) - 5.$$

$$\log_{2^3}(x-1)^3 \geq \log_2(x^2-1) - 5$$

$$\log_2(x-1) + 5 \geq \log_2(x^2-1)$$

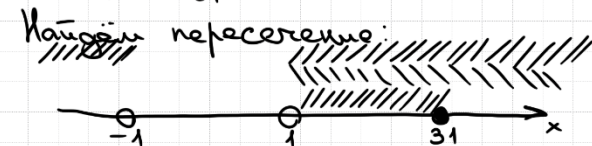
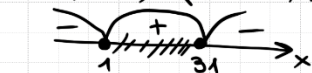
$$\log_2(x-1) + \log_2 32 \geq \log_2(x^2-1)$$

$$\begin{cases} 32(x-1) \geq x^2-1 \\ x-1 > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 32(x-1) \geq (x-1)(x+1) \\ 32(x-1) - (x-1)(x+1) \geq 0 \\ (x-1) \cdot (32 - x - 1) \geq 0 \\ (x-1) \cdot (31 - x) \geq 0 \end{cases}$$

$$\textcircled{2} x > 1$$

$$\textcircled{3} (x-1)(x+1) > 0$$



Найдем пересечение:
Ответ: (1; 31]

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023	
ОСЧ	
1	$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
4	$a^2 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
5	$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
6	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
7	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ	
1	$\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
2	$\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
3	$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
4	$\log_a b = \frac{1}{n} \log_a b^n$
5	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
6	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

16

Григорий является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары, но на заводе, расположенном во втором городе, используется более совершенное оборудование. В результате, если рабочие на заводе, расположенном в первом городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 3 t единиц товара; если рабочие на заводе, расположенном во втором городе, трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят 4 t единиц товара.

За каждый час работы (на каждом из заводов) Григорий платит рабочему 500 рублей.

Григорий готов выделить 5 000 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

Таблица единиц товара

I з	x^2	$3x$
II з	y^2	$4y$

Вспомогательные уравнения:
 $x^2 + y^2 = 10000$
 $y^2 = 10000 - x^2$
 $y = \sqrt{10000 - x^2}$, где $\begin{cases} x \geq 0 \\ 10000 - x^2 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ (100-x)(100+x) \geq 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$

Найдем наиб. Знач. $3x + 4y$

$$f(x) = 3x + 4 \cdot \sqrt{10000 - x^2}$$

$$f'(x) = 3 + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2x) = 0$$

$$3 = \frac{4x}{\sqrt{10000 - x^2}}$$

$$3\sqrt{10000 - x^2} = 4x$$

$$\sqrt{10000 - x^2} = \frac{4}{3}x$$

$$\begin{cases} \frac{4}{3}x \geq 0 \\ 10000 - x^2 = \frac{16}{9}x^2 \end{cases}$$

$$\frac{25}{9}x^2 = 10000$$

$$x^2 = 3600$$

$$x = 60$$

Найдем пересечение:
 Ответ: 500.

ИСТОЧНИКИ

ГРП (старый банк)	
Япленко 2018	
Пестяков 2017	
Десурная волна 2015	
ПРОИЗВОДНЫЕ	
1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$(\frac{U}{V})' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	2



17 В трапеции $ABCD$ точка E — середина основания AD , точка M — середина боковой стороны AB . Отрезки CE и DM пересекаются в точке O .
 а) Докажите, что площади четырёхугольника $AMOE$ и треугольника COD равны.
 б) Найдите, какую часть от площади трапеции составляет площадь четырёхугольника $AMOE$, если $BC = 3$, $AD = 4$.

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
 ГПР (новый банк)
 Янсенко 2018
 Янсенко 2018
 Основная волна 2016

а) Докажем, что $S_{AMOE} = S_{COD}$

б) Пусть h — высота трапеции
 Тогда $\frac{h}{2}$ — высота $\triangle ADM$
 Пусть $AE = x = DE$
 Тогда $AD = 2x$
 Получаем $S_{AMOE} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot \frac{h}{2} = \frac{xh}{2}$
 $S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot x \cdot h = \frac{xh}{2}$
 Тогда $S_{AMOE} = S_{COD}$
 $S_{AMOE} + S_{COD} = S_{COD} + S_{COD}$

① $\frac{S_{COD}}{S_{трап}} = ?$

② $\triangle ADM = \triangle PBM$ по УСУ
 Тогда $PB = 4$

③ $\triangle PCO \sim \triangle OED$ по 2 углам
 Тогда $\frac{CO}{OE} = \frac{PO}{OD}$

④ $S_{COD} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{2}{9} \cdot h = \frac{2}{9}h$
 $S_{CEAD} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot h = h$
 Тогда $S_{COD} = h - \frac{2}{9}h = \frac{7}{9}h$
 $S_{трап} = \frac{3+4}{2} \cdot h = \frac{7}{2}h$
 $\frac{S_{COD}}{S_{трап}} = \frac{7h \cdot 2}{9 \cdot 7h} = \frac{2}{9}$
 Ответ: $2 : 9$

18 Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство $\left| \frac{x^2 - 2ax + x + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$ выполняется при всех x .

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
 Основная волна (Резерв) 2012

Заметим, что $x^2 + x + 1 = (x^2 + 2 \cdot x \cdot 0,5 + 0,25) + 0,75 = (x + 0,5)^2 + 0,75$
 т.е. знаменатель положит. при любом x , тогда

$-3 \cdot (x^2 + x + 1) < x^2 - 2ax + x + 1 < 3 \cdot (x^2 + x + 1)$

$\begin{cases} -3x^2 - 3x - 3 < x^2 - 2ax + x + 1 \\ x^2 - 2ax + x + 1 < 3x^2 + 3x + 3 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2 - 2ax + 4x + 4 > 0 \quad | :2 \\ 2x^2 + 2ax + 2x + 2 > 0 \end{cases}$

Чтобы неравенства выполнялись при любом x , нужно $\begin{cases} D_1 < 0 \\ D_2 < 0 \end{cases}$

$D_1 < 0$
 $(2-a)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$
 $(2-a)^2 - 16 < 0$
 $(2-a-4)(2-a+4) < 0$
 $(-2-a)(6-a) < 0$

$D_2 < 0$
 $(2a+2)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 < 0$
 $(2a+2-4)(2a+2+4) < 0$
 $(2a-2)(2a+6) < 0$

Найдем пересечение:

 Ответ: $(-2, 1)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	4



19 Десять мальчиков и семь девочек пошли в лес за грибами. Известно, что любые две девочки набрали больше грибов, чем любые три мальчика, по любым пять мальчиков набрали больше грибов, чем любые три девочки.

ИСТОЧНИКИ
Основная волна 2020

- а) Может ли так случиться, что какая-то девочка набрала меньше грибов, чем какой-нибудь мальчик?
 б) Может ли так случиться, что количество найденных грибов у всех детей будет различным?
 в) Найдите минимальное возможное количество грибов, собранное всеми детьми суммарно.

а) Пусть какая-то девочка набрала грибов меньше, чем какой-то мальчик.
 б) Попробуем наоборот: Пусть все девочки набрали больше грибов, чем любые три мальчика.
 в) Найдите минимальное количество грибов, собранное всеми детьми суммарно.

Мальчик	Девочка	Грибы
M ₁	D ₁	14
M ₂	D ₂	15
M ₃	D ₃	16
M ₄	D ₄	17
M ₅	D ₅	18
M ₆	D ₆	19
M ₇	D ₇	20

Добавим 3D и 5M
 Получаем
 4 девочки набрали меньше, чем 6 мальчиков, что противоречит условию т.к. первые 2 D набрали не больше чем первые 3 M и следующие 2 D набрали не больше чем последние 3 M.
 Ответ: нет

В таком порядке не все уст.
 Другой пример

M ₁	101	D ₁	164
M ₂	102	D ₂	165
M ₃	103	D ₃	166
M ₄	104	D ₄	167
M ₅	105	D ₅	168
M ₆	106	D ₆	169
M ₇	107	D ₇	170

В таком примере оба уст. выполняются.
 Ответ: б) да

19 Десять мальчиков и семь девочек пошли в лес за грибами. Известно, что любые две девочки набрали больше грибов, чем любые три мальчика, но любые пять мальчиков набрали больше грибов, чем любые три девочки.

- а) Может ли так случиться, что какая-то девочка набрала меньше грибов, чем какой-нибудь мальчик?
 б) Может ли так случиться, что количество найденных грибов у всех детей будет различным?
 в) Найдите минимальное возможное количество грибов, собранное всеми детьми суммарно.

Мальчик	Девочка	Грибы
M ₁	a ₁	b ₁
M ₂	a ₂	b ₂
M ₃	a ₃	b ₃
M ₄	a ₄	b ₄
M ₅	a ₅	b ₅
M ₆	a ₆	b ₆
M ₇	a ₇	b ₇
M ₈	a ₈	
M ₉	a ₉	
M ₁₀	a ₁₀	

Пусть $a_1 \leq a_2 \leq a_3 \leq a_4 \leq a_5 \leq a_6 \leq a_7 \leq a_8 \leq a_9 \leq a_{10}$
 $b_1 \leq b_2 \leq b_3 \leq b_4 \leq b_5 \leq b_6 \leq b_7$

$b_1 + b_2 \geq a_8 + a_9 + a_{10} + 1$ | · 5
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \geq b_5 + b_6 + b_7 + 1$ | · 3

$5b_1 + 5b_2 \geq 5a_8 + 5a_9 + 5a_{10} + 5$
 $3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4 + 3a_5 \geq 3b_5 + 3b_6 + 3b_7 + 3$

Сравним
 $5a_8 + 5a_9 + 5a_{10} \geq 3a_1 + 3a_2 + 3a_3 + 3a_4 + 3a_5$

Получаем
 $5b_1 + 5b_2 - 5 \geq 5a_8 + 5a_9 + 5a_{10} - 3a_1 - 3a_2 - 3a_3 - 3a_4 - 3a_5 \geq 3b_5 + 3b_6 + 3b_7 + 3$

Получаем
 $5b_1 + 5b_2 - 5 \geq 3b_5 + 3b_6 + 3b_7 + 3$
 $b_1 + 4b_2 \geq 3b_5 + 3b_6 + 3b_7 + 8$

$b_1 \geq 8 \Rightarrow 7$ девочек собрали как минимум 56г

$b_1 + b_2 \geq a_8 + a_9 + a_{10} + 1$ | · 3
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \geq b_5 + b_6 + b_7 + 1$ | · 5

Сравним
 $3b_1 + 3b_2 \leq 2b_5 + 2b_6 + 2b_7$

$2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4 + 2a_5 - 2 \geq 2b_5 + 2b_6 + 2b_7$
 $2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4 + 2a_5 \geq 2b_5 + 2b_6 + 2b_7 + 2$

Получаем
 $2a_1 + 2a_2 + 2a_3 + 2a_4 + 2a_5 \geq 3a_8 + 3a_9 + 3a_{10} + 5$
 $a_1 \geq 5$

$\Rightarrow 10$ мальчиков собрали как минимум 50г
 \Rightarrow суммарное кол-во грибов ≥ 106
 Покажем, что 106 гр. мало быть. Пусть все M собрали по 5 кг, а все D по 2 кг, тогда оба условия выполняются.
 Ответ: в) 106.



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> , <i>b</i> и <i>c</i>	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>c</i> и обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах <i>a</i> и <i>b</i> ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте <i>c</i>	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте <i>a</i> или <i>b</i>	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназора от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

