

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8

-0,8

Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

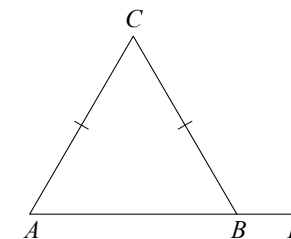
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

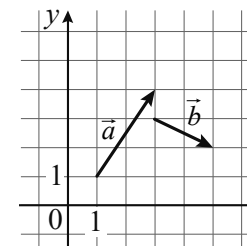
Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 В треугольнике ABC стороны AC и BC равны. Внешний угол при вершине B равен 107° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



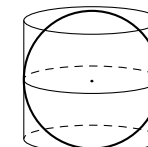
Ответ: _____.

- 2 На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} , координатами которых являются целые числа. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

- 3 Шар вписан в цилиндр. Площадь полной поверхности цилиндра равна 30. Найдите площадь поверхности шара.



Ответ: _____.

- 4 Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся А. верно решит больше четырёх задач, равна 0,73. Вероятность того, что А. верно решит больше трёх задач, равна 0,86. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 4 задачи.

Ответ: _____.

- 5 Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 10».

Ответ: _____.

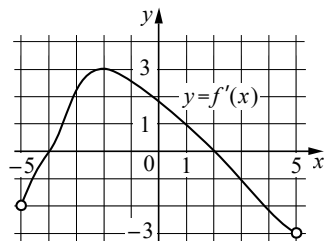
- 6 Найдите корень уравнения $3^{x-8} = \frac{1}{81}$.

Ответ: _____.

- 7 Найдите значение выражения $\log_2 56 - \log_2 7$.

Ответ: _____.

- 8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

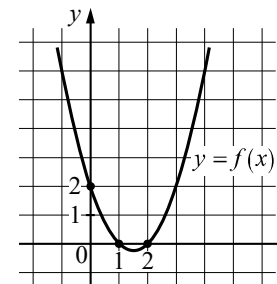
- 9 Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a (в км/ч²). Скорость v (в км/ч) вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l — пройденный автомобилем путь (в км). Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав 1 км, приобрести скорость 120 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____.

- 10 Два велосипедиста одновременно отправились в 190-километровый пробег. Первый ехал со скоростью на 9 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 9 часов раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, прибывшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-2)$.



Ответ: _____.

- 12 Найдите точку максимума функции $y = x^3 - 108x + 23$.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте **БЛАНК ОТВЕТОВ № 2**. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$2 \cos x - \sqrt{3} \sin^2 x = 2 \cos^3 x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$.

- 14 Дана правильная четырёхугольная призма $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Плоскость α проходит через вершины B_1 и D и пересекает рёбра AA_1 и CC_1 в точках M и K соответственно. Известно, что четырёхугольник MB_1KD — ромб.

- а) Докажите, что точка M — середина ребра AA_1 .
 б) Найдите высоту призмы $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, если площадь её основания $ABCD$ равна 3, а площадь ромба MB_1KD равна 6.

- 15 Решите неравенство $\log_{11}(2x^2 + 1) + \log_{11}\left(\frac{1}{32x} + 1\right) \geq \log_{11}\left(\frac{x}{16} + 1\right)$.

- 16 Вадим является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно t^2 часов в неделю, то за эту неделю они производят t единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Вадим платит рабочему 200 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, — 300 рублей. Вадим готов выделять 1 200 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

- 17 Высоты BB_1 и CC_1 остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H .

- а) Докажите, что $\angle BB_1C_1 = \angle BAH$.
 б) Найдите расстояние от центра окружности, описанной около треугольника ABC , до стороны BC , если $B_1C_1 = 18$ и $\angle BAC = 30^\circ$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{4x^2 - (4a + 2)x + 2a}$$

на отрезке $[0; 1]$ имеет ровно один корень.

- 19 Из набора цифр 0, 1, 2, 3, 5, 7 и 9 составляют пару чисел, используя каждую цифру ровно один раз. Оказалось, что одно из этих чисел четырёхзначное, другое — трёхзначное и оба кратны 45.

- а) Может ли сумма такой пары чисел равняться 2205?
 б) Может ли сумма такой пары чисел равняться 3435?
 в) Какое наибольшее значение может принимать сумма чисел в такой паре?



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.