

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8    -0,8    Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

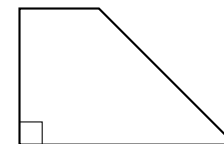
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1 Площадь прямоугольной трапеции с основаниями 19 и 7 равна 156. Найдите острый угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.

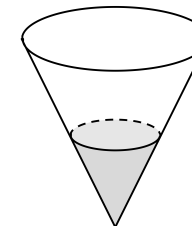


Ответ: \_\_\_\_\_.

2 Даны векторы  $\vec{a}(17; -5)$  и  $\vec{b}(3; 10)$ . Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

3 В сосуд, имеющий форму конуса, налили 9,5 л жидкости до половины высоты сосуда. Сколько литров этой же жидкости нужно долить в сосуд, чтобы заполнить его доверху?



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Вероятность того, что Егор получит пятерку по физике за ответ у доски, равна 0,67. Вероятность того, что Егор получит пятерку по химии за ответ у доски, равна 0,69. Вероятность получить пятерку по обоим предметам оказалась равной 0,56. Какова вероятность того, что Егор не получит за ответы у доски по физике и химии ни одной пятерки?

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Игральный кубик бросают трижды. Известно, что в сумме выпало 6 очков, а в первом броске выпало число очков, не равное 1. Найдите вероятность того, что во втором броске выпало 2 очка. Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

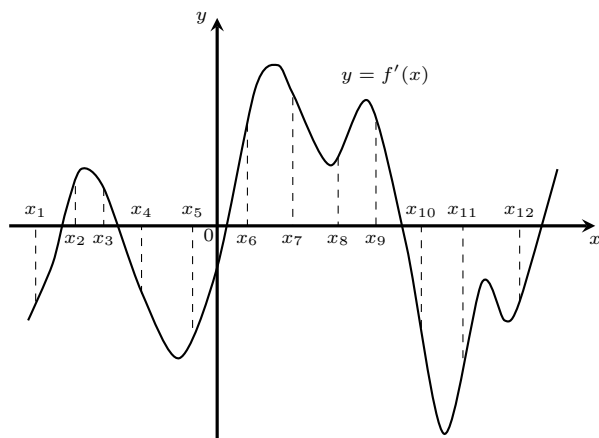
6 Решите уравнение  $0,2^{2-5x} = 125$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $15 \operatorname{tg} 716^\circ \cdot \operatorname{ctg} 724^\circ$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено двенадцать точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



Ответ: \_\_\_\_\_.

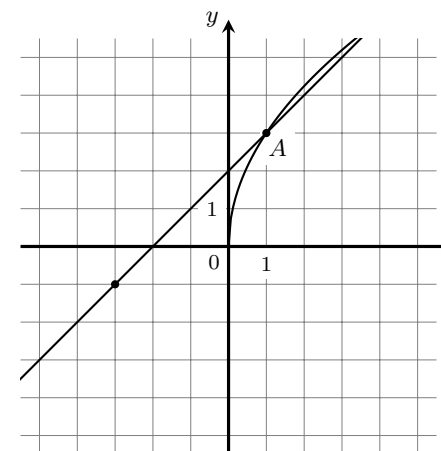
9 К электросети подключены приборы, общее сопротивление которых составляет  $R_1 = 7$  Ом. Параллельно с ними к электросети предполагается подключить еще один электроприбор. Определите наименьшее возможное сопротивление  $R_2$  этого электроприбора, если известно, что при параллельном соединении двух проводников с сопротивлениями  $R_1$  и  $R_2$  их общее сопротивление задаётся формулой  $R_{\text{общ}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ . При этом для нормального функционирования электросети общее сопротивление в ней должно быть не меньше 2 Ом. Ответ дайте в омах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Первая труба пропускает на 1 литр воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 360 литров она заполняет на 3 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 363 литра?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ , которые пересекаются в точках  $A(1; 3)$  и  $B(x_0; y_0)$ . Найдите  $y_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 7x - 7 \ln(x + 6) + 6$$

на отрезке  $[-5, 5; 0]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$\log_{\cos x} \cos^2 x = \log_{\cos x - 0,5} (\cos^2 x - \cos x + \sin x \cos x).$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

- 14  $SABC$  — тетраэдр, в котором  $AC = SB$ ,  $SA \perp BC$ , площади граней  $SAB$  и  $SAC$  равны.

- а) Докажите, что отрезок, соединяющий середины ребер  $SA$  и  $BC$ , является их общим перпендикуляром.  
 б) Найдите расстояние между ребрами  $SA$  и  $BC$ , если оно больше 4 и известно, что  $BC = 8$ ,  $SB = 7,25$ , а объем тетраэдра  $SABC$  равен 42.

- 15 Решите неравенство

$$\log_{2x+3}(2x) \geq \log_{x^2}(2x).$$

- 16 10 января некоторого года планируется открыть вклад в банке на 20 млн рублей на 4 года на следующих условиях:

- 25 декабря каждого года банк добавляет 20% к той сумме, которая была на счете 25 января этого же года;
- с 11 по 24 января в каждый из третьего и четвертого годов вкладчик обязан снять со счета целое число  $m$  млн рублей.

Найдите наименьшее целое значение  $m$ , при котором банк за 4 года начислит на вклад менее 10 млн рублей.

- 17 В треугольнике  $ABC$  отрезки  $AA_1$  и  $BB_1$  — биссектрисы. Прямая  $A_1B_1$  пересекает прямую  $AB$  в точке  $C_1$ .

- а) Докажите, что  $CC_1$  — биссектриса внешнего угла треугольника  $ABC$ .  
 б) Найдите  $CC_1$ , если  $AB = 3$ ,  $BC = 2$ ,  $AC = 3,5$ .

- 18 Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|a(3x + 1) - 3x^2 - x| = |x - a| \sqrt{6x^2 - (3a - 2)x - a}$$

имеет ровно два решения на отрезке  $[-2; 0]$ .

- 19 На доске записано натуральное число. Из него составляют другое число следующим образом: для каждых двух соседних цифр изначального числа вычисляют их произведение и записывают его между ними. Например, из числа 239 получают число 263279.

- а) Приведите пример числа, из которого получается число 362105459.  
 б) Может ли из какого-нибудь числа получиться число 42461427?  
 в) Какое наибольшее число, кратное 9, может получиться из трехзначного числа, в десятичной записи которого нет девяток?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.