

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,

то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

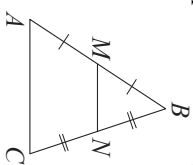
Таблица квадратов двузначных чисел

	Единицы									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

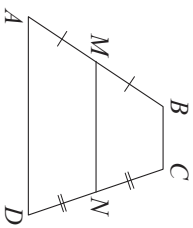
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

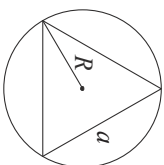


MN – ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

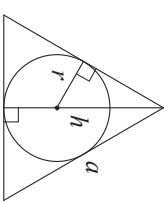


$BC \parallel AD$
 MN – ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

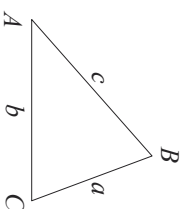
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



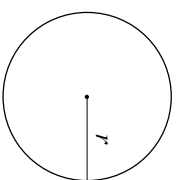
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

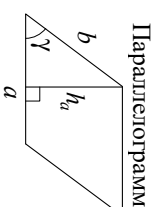
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



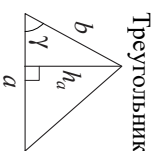
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

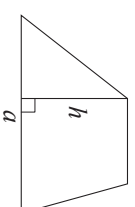


$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

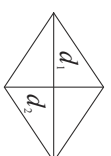


$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция

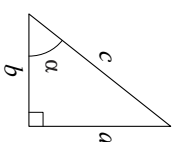


$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$



d_1, d_2 – диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	0	-	0

Пробный экзамен в форме ОГЭ по МАТЕМАТИКЕ

Вариант 1

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

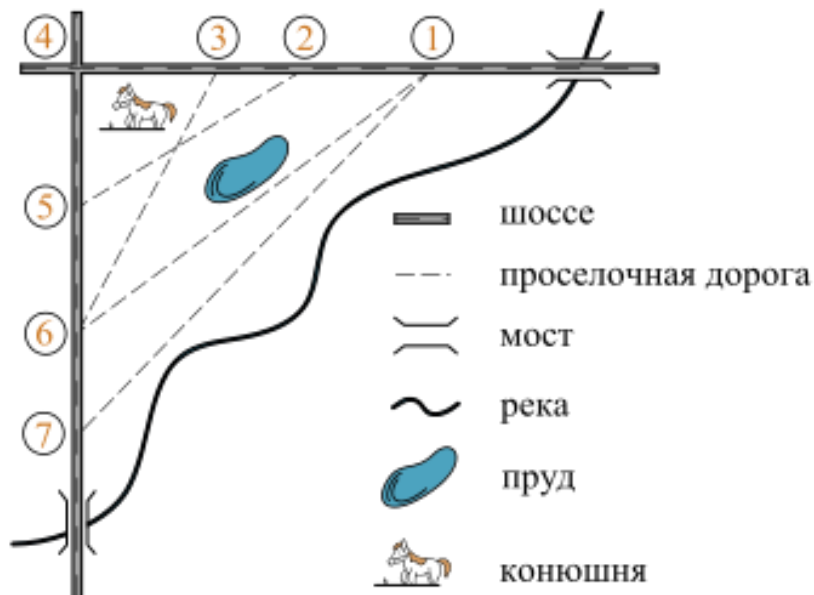
Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

На рисунке изображен план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к бабушке в деревню Антоновка (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул бабушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по проселочной дороге мимо реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по проселочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвертый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по проселочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Еще один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорка, по проселочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и проселочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с бабушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по проселочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

1. Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни. В ответ запишите последовательность четырех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	Ванютино	Горюново	Егорка	Жилино
Цифры				

2. Найдите расстояние от Антоновки до Егорки по шоссе. Ответ дайте в километрах.
3. Найдите расстояние от Егорки до Жилино по прямой. Ответ дайте в километрах.
4. Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут мимо пруда через Горюново?
5. За какое наименьшее количество минут Таня с дедушкой могут добраться из Егорки в Жилино?

6. Найдите значение выражения $\frac{4,8 \cdot 0,4}{0,6}$.

7. Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{5}{9}$?

1) $[0,5;0,6]$ 2) $[0,6;0,7]$ 3) $[0,7;0,8]$ 4) $[0,8;0,9]$

В ответе укажите номер правильного варианта.

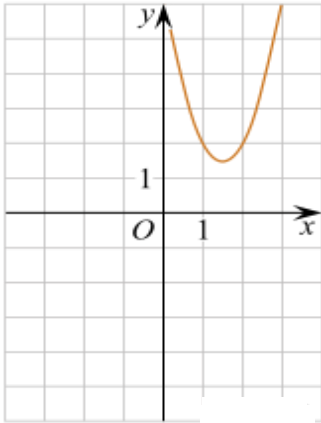
8. Найдите значение выражения $\left(\frac{b}{a} - \frac{a}{b}\right) \cdot \frac{1}{b+a}$ при $a = 1$, $b = \frac{1}{3}$.

9. Решите уравнение $(x + 10)^2 = (5 - x)^2$.

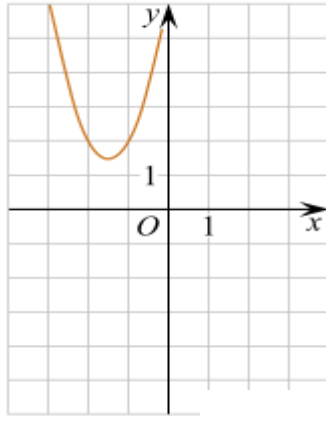
10. Коля выбирает трехзначное число. Найдите вероятность того, что оно делится на 5.

11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

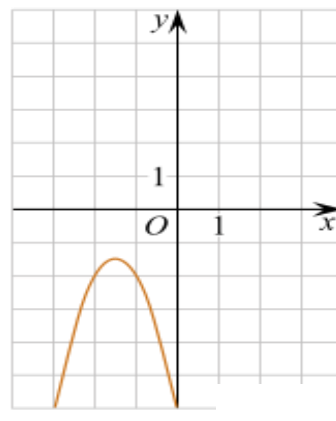
A)



Б)



В)



1) $y = -2x^2 + 6x - 6$

2) $y = -2x^2 - 6x - 6$

3) $y = 2x^2 + 6x + 6$

4) $y = 2x^2 - 6x + 6$

Ответ укажите в виде последовательности цифр без пробелов и запятых в указанном порядке.

А	Б	В

12. Полную механическую энергию тела (в джоулях) можно вычислить по формуле

$$E = \frac{mv^2}{2} + mgh,$$

где m — масса тела (в килограммах), v — его скорость (в м/с), h — высота положения центра масс тела над произвольно выбранным нулевым уровнем (в метрах), а g — ускорение свободного падения (в м/с²). Пользуясь этой формулой, найдите h (в метрах), если $E = 250$ Дж, $v = 5$ м/с, $m = 4$ кг, а $g = 10$ м/с².

13. Решите неравенство $x^2 + x \geq 0$.

В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $(-\infty; -1] \cup [0; +\infty)$

2) $[-1; 0]$

3) $(-1; 0)$

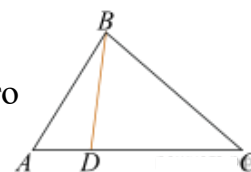
4) $(-\infty; 0] \cup [1; +\infty)$

14. У Тани есть теннисный мячик. Она со всей силы бросила его об асфальт. После первого отскока мячик подлетел на высоту 360 см, а после каждого следующего отскока от асфальта подлетал на высоту в три раза меньше предыдущей. После какого по счету отскока высота, на которую подлетит мячик, станет меньше 15 см?

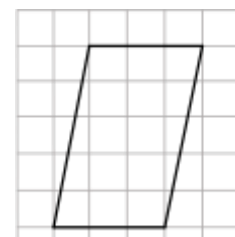
15. Синус острого угла A треугольника ABC равен $\frac{\sqrt{21}}{5}$. Найдите $\cos A$.

16. Радиус вписанной в квадрат окружности равен $2\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, описанной около этого квадрата.

17. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 3$, $DC = 7$. Площадь треугольника ABC равна 20. Найдите площадь треугольника BCD .



18. На клетчатой бумаге с размером клетки $1\text{ см} \times 1\text{ см}$ изображен параллелограмм. Найдите длину его большей высоты. Ответ дайте в сантиметрах.



19. Укажите номера верных утверждений.

1) Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

2) Вертикальные углы равны.

3) Любая биссектриса равнобедренного треугольника является его медианой.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

20. Сократите дробь $\frac{18^{n+3}}{3^{2n+5} \cdot 2^{n-2}}$

21. Имеется два сплава с разным содержанием меди: в первом содержится 60%, а во втором — 45% меди. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить из них новый сплав, содержащий 55% меди?

22. Постройте график функции $y = -2 - \frac{x^4 - x^3}{x^2 - x}$ и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

23. Точка H является основанием высоты BH , проведенной из вершины прямого угла B прямоугольного треугольника ABC . Окружность с диаметром BH пересекает стороны AB и CB в точках P и K соответственно. Найдите PK , если $BH = 11$.

24. Точка E — середина боковой стороны AB трапеции $ABCD$. Докажите, что площадь треугольника ECD равна половине площади трапеции.

25. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в ее середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC .



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.