

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 453

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0,8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

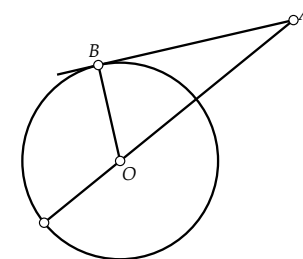
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

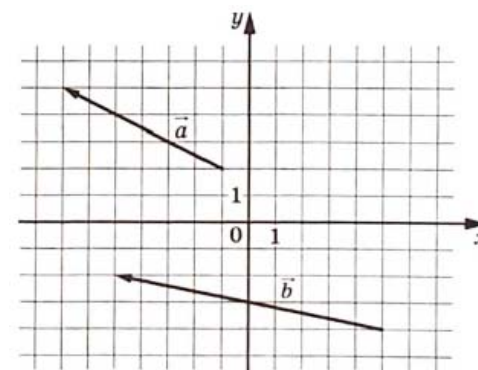
Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. К окружности с центром O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите диаметр окружности, если $AB = 40$, $AO = 85$.



Ответ: _____.

2. На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.



Ответ: _____.

3. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если стороны ее основания равны 6, а площадь поверхности равна 192.

Ответ: _____.

4. В роддоме измеряют массу новорожденного. Вероятность того, что масса окажется не меньше 3 кг, равна 0,87; вероятность того, что масса окажется не больше 3 кг 600 г, равна 0,93; Найдите вероятность того, что масса случайно выбранного новорожденного окажется в пределах от 3 кг до 3 кг 600 г.

Ответ: _____.

5. Участнику отборочного тура соревнований по стрельбе на поражение четырех мишеней дается 5 патронов. Участник выходит в основной тур соревнований, если он поразит все мишени. Стрелок вышел в основной тур. Найдите вероятность того, что он поразил все мишени с первого раза, если для него вероятность попадания в мишень каждым выстрелом одинаковая и равна 0,6. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

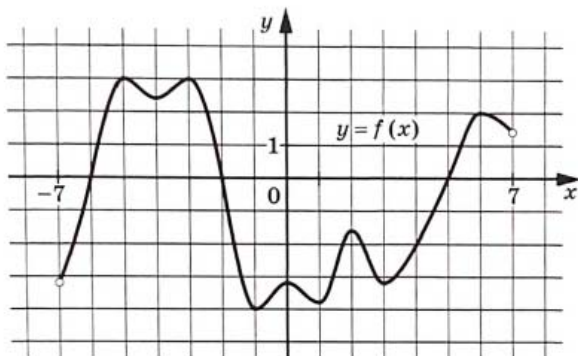
6. Решите уравнение $4^{\log_9 x} - 6 \cdot 2^{\log_9 x} + 2^{\log_3 27} = 0$. В ответе запишите его больший корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$, если $\cos \alpha = 0,7$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 7)$. Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

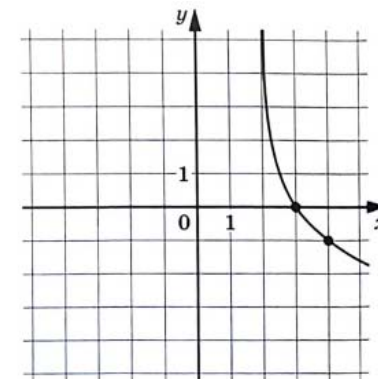
9. При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 21$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^0) = l_0(1 + \alpha \cdot t^0)$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^\circ)^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t^0 – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 6,3 мм? Ответ выразите в градусах Цельсия.

Ответ: _____.

10. Баржа прошла по течению реки 45 км и, повернув обратно, прошла еще 42 км, затратив на весь путь 6 часов. Найдите собственную скорость баржи в км/ч, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \log_\alpha(x-2)$. Найдите $f(10)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $f(x) = (x^2 - x - 5) \cdot e^{4-x}$ на отрезке $[1; 6]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $3 \cos 4x + 2 \cos 2x(10 \cos^4 x + 3 \cos^2 x + \sin^2 x) + 3 = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ (S – вершина, BD – диагональ основания) образует с основанием угол 60° , сторона основания равна 4,8. Через среднюю линию треугольника ABD , не пересекающую BD и точку на высоте пирамиды, отстоящей от основания на $\frac{1}{6}$ всей высоты пирамиды, проведена плоскость α .

А) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC .

Б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K , L и M – точки пересечения α соответственно с ребрами SB , SD и SC .

15. Решите неравенство: $\log_{|x|} \frac{|x+3| - |x|}{2-x} > 1$

16. В июле 2024 года планируется взять кредит в банке в размере N млн рублей, где N – целое число, сроком на 3 года. Условия его возврата таковы:
– каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
– в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027
Долг (млн.руб.)	N	$0,6N$	$0,4N$	0

Найдите наименьшее значение N , при котором каждая из выплат будет составлять целое число миллионов рублей.

17. Радиусы двух окружностей с центрами O_1 и O_2 , касающихся внешним образом в точке A , равны 6 и 3 соответственно. Их общая секущая, проведенная через точку A , пересекает первую окружность в точке B , вторую – в точке C .

А) Докажите, что $AB : BC = AO_1 : O_1O_2$.

Б) Найдите длину отрезка касательной, проведенной из точки B ко второй окружности, если $AB = 4$.

18. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{|x^2 + 6x + 6| + 1} \cdot \lg^{-1}(6a - a^2 - 4) = \sqrt{6a - a^2 - 4} \cdot \lg^{-1}(|x^2 + 6x + 6| + 1)$$

имеет не менее трех корней.

19. По кругу стоят несколько детей, среди которых есть хотя бы два мальчика и хотя бы две девочки. У каждого из детей есть натуральное число конфет, причем у любых двух мальчиков одинаковое число конфет, а у любых двух девочек – разное. По команде каждый из детей отдает соседу справа четверть своих конфет, при этом каждый из детей отдает натуральное число конфет. После этого у любых двух девочек становится равное число конфет, а у любых двух мальчиков – разное.

А) Может ли число детей быть равным пяти?

Б) Какое наименьшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?

В) Какое наибольшее число детей может стоять в круге, если суммарно у них 1020 конфет?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.