

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

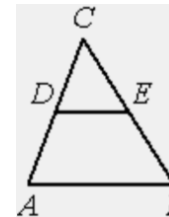
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** В треугольнике  $ABC$   $DE$  – средняя линия. Площадь треугольника  $CDE$  равна 24. Найдите площадь треугольника  $ABC$ .



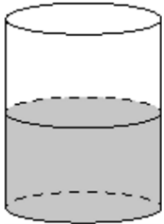
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Даны векторы  $\vec{a}(4; y_a)$  и  $\vec{b}(x_b; 0)$ , косинус угла между которыми равен  $\frac{2}{\sqrt{5}}$ . Найдите  $y_a$ . Если таких значений несколько, в ответ запишите большее из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 3 В цилиндрический сосуд налили  $2800 \text{ см}^3$  воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объём детали. Ответ выразите в куб. см.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Вероятность того, что в случайный момент времени температура тела здорового человека окажется ниже  $36,8^\circ\text{C}$ , равна 0,89. Найдите вероятность того, что в случайный момент времени у здорового человека температура тела окажется  $36,8^\circ\text{C}$  или выше.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,5 при каждом отдельном выстреле. Какое наименьшее количество патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не меньше 0,8?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите корень уравнения

$$2^{x-3} = \frac{1}{16}.$$

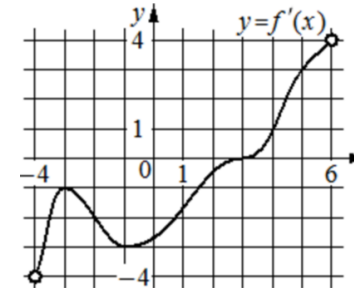
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 Найдите значение выражения

$$\sqrt{754^2 - 304^2}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-4; 6)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Два тела, массой  $m = 2 \text{ кг}$  каждое, движутся с одинаковой скоростью  $v = 8 \text{ м/с}$  под углом  $2\alpha$  друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле  $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$ , где  $m$  – масса (в кг),  $v$  – скорость (в м/с). Найдите, под каким углом  $2\alpha$  должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 32 Дж. Ответ дайте в градусах.

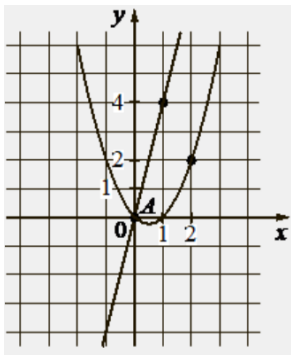
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 24 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 2 часа, а в исходный пункт теплоход возвращается через 34 часа после отправления из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунке изображены графики функций видов  $f(x) = ax^2 + bx + c$  и  $g(x) = kx$ , пересекающиеся в точках  $A$  и  $B$ . Найдите абсциссу точки  $B$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите наименьшее значение функции

$$y = 8 \cos x + \frac{30}{\pi}x + 19 \text{ на отрезке } \left[-\frac{2\pi}{3}; 0\right].$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

- 13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 1 - \cos x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

- 14 В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 4. Точки  $M$  и  $N$  – середины рёбер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.

- а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5:1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

- 15 Решите неравенство

$$\log_5^2(x - 1) - \log_5^2(x - 5) \leq 0.$$

- 16 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год  $p = 10$ , а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?



**17** В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  на продолжение боковой стороны  $BC$  опущена высота  $AH$ . Из точки  $H$  на сторону  $AB$  и основание  $AC$  опущены перпендикуляры  $NK$  и  $NM$  соответственно.

- а) Докажите, что отрезки  $AM$  и  $MK$  равны.  
 б) Найдите  $MK$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 8$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|\sin^2 x + 2 \cos x + a| = \sin^2 x + \cos x - a$$

имеет на промежутке  $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  единственный корень.

- 19** а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.  
 б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?  
 в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

**О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»**

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!  
 Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_50324613](https://vk.com/topic-10175642_50324613)  
 (также доступны другие варианты для скачивания)




















**СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:**

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://www.instagram.com/shkola_pifagora/">https://www.instagram.com/shkola_pifagora/</a>



**Система оценивания экзаменационной работы по математике  
(профильный уровень)**

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	96	
2	2	
3	2275	
4	0,11	
5	3	
6	-1	
7	690	
8	5	
9	60	
10	756	
11	5	
12	-5	
13	а) $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, 2\pi n; n \in Z$ б) $-2\pi; -\frac{3\pi}{2}$	
14	$8 + 2\sqrt{2}$	
15	$(5; 3 + \sqrt{5}]$	
16	4	
17	2,88	
18	$(-\infty; 0] \cup \left\{\frac{1}{4}\right\}$	
19	а) 5292 или другие числа из этих цифр б) нет в) 12 чисел, состоящих из цифр 5568	

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий  
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 1 - \cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[-\frac{5\pi}{2}; -\pi]$ .

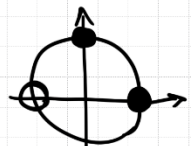
$$\frac{\sin x}{\cos x + 1} - \frac{1}{1} + \frac{\cos x}{1} = 0$$

$$\frac{\sin x - \cos x - 1 + \cos^2 x + \cos x}{\cos x + 1} = 0$$

$$\frac{\sin x - 1 + 1 - \sin^2 x}{\cos x + 1} = 0$$

$$\frac{\sin x \cdot (1 - \sin x)}{\cos x + 1} = 0$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \\ \cos x \neq -1 \end{cases}$$



Получаем  $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$   
 $x = 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + 2\pi n, 2\pi n; n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-2\pi; -\frac{3\pi}{2}$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

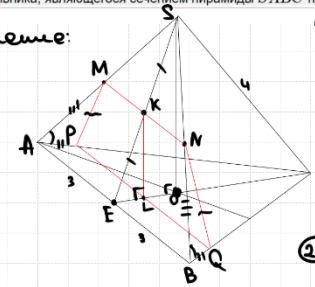
ИСТОЧНИКИ  
 Досрочная волна 2018  
 ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ  
 1.  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$   
 2.  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$   
 3.  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$   
 4.  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

14

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  сторона основания  $AB$  равна 6, а боковое ребро  $SA$  равно 4. Точки  $M$  и  $N$  — середины ребер  $SA$  и  $SB$  соответственно. Плоскость  $\alpha$  содержит прямую  $MN$  и перпендикулярна плоскости основания пирамиды.  
 а) Докажите, что плоскость  $\alpha$  делит медиану  $CE$  основания в отношении 5 : 1, считая от точки  $C$ .  
 б) Найдите периметр многоугольника, являющегося сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$ .

ИСТОЧНИКИ  
 ГПР (старый банк)  
 ГПР (новый банк)  
 Ященко 2020 (16 вар)  
 Ященко 2019 (16 вар)  
 Материалы для экспертов ЕГЭ

а) 1) Построим сечение:  
 $MN$   
 $MN$  — ср. лин.  $\triangle ABS$   
 $KL$  — ср. лин.  $\triangle ASE$   
 $\Rightarrow K$  — ср.  $SE$   
 $KL \parallel SO$   
 $L \in CE$   
 Построим  $PQ \parallel MN$   
 $L \in PQ$

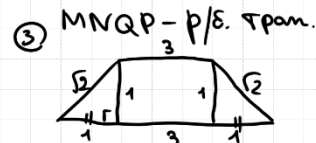


2)  $MNQP$  — трапеция  
 $MN = \frac{1}{2} AB = 3$   
 $PQ = \frac{5}{6} AB = 5$   
 (т.к.  $\triangle CQP \sim \triangle ABC$ ,  $K = \frac{5}{6}$ )

$PM$   
 $QN$   
 $PMNQ$  — сеч.

3)  $\triangle SOC$ :  
 $OC = \frac{2}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 6 = 2\sqrt{3}$   
 $SO = \sqrt{4^2 - (2\sqrt{3})^2} = 2$   
 $KL = 1$   
 $MP = NQ$   
 (т.к.  $\triangle BQN = \triangle APM$ )  
 по  $CUC$

2)  $O$  — точка пересек. медиан  
 $\frac{CO}{EO} = \frac{2}{1} = \frac{4x}{2x}$   
 $KL$  — ср. линия  $\triangle SEO \Rightarrow EL = x = OL$   
 Получаем  $\frac{CL}{EL} = \frac{5x}{x} = \frac{5}{1}$



$P = 8 + 2\sqrt{2}$   
 Ответ:  $8 + 2\sqrt{2}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №230911



обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

15 Решите неравенство

$$\log_5^2(x-1) - \log_5^2(x-5) \leq 0.$$

$$(\log_5(x-1) - \log_5(x-5)) \cdot (\log_5(x-1) + \log_5(x-5)) \leq 0$$

$$(\log_5(x-1) - \log_5(x-5)) \cdot (\log_5(x-1) - (-1) \cdot \log_5(x-5)) \leq 0$$

$$(\log_5(x-1) - \log_5(x-5)) \cdot (\log_5(x-1) - \log_5 \frac{1}{x-5}) \leq 0$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} x-1 > 0 \\ \textcircled{2} x-5 > 0 \\ \textcircled{3} (x-1)(x-1+x+5) \cdot (x-1) \cdot (\frac{x-1}{1} - \frac{1}{x-5}) \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} x > 1 \\ \textcircled{2} x > 5 \\ \textcircled{3} \frac{x^2 - 5x - x + 5 - 1}{x-5} \leq 0 \end{cases}$$

$$\frac{x^2 - 6x + 4}{x-5} \leq 0$$

**ИСТОЧНИКИ**

Основная школа 2023

ЕОУ

- $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- $a^2 - b^2 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
- $a^2 + b^2 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$
- $(a-b)^2 = a^2 - 3ab + 3ab^2 - b^2$
- $(a+b)^2 = a^2 + 3ab + 3ab^2 + b^2$

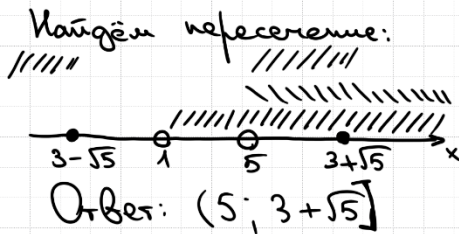
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

БЫЛО      СТАЛО

- $\log_a f - \log_a g = \log_a \frac{f}{g}$
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b = \log_a b$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
- $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$
- $\log_a b = \log_a b$



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ	1

16

Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год  $p = 10$ , а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

**ИСТОЧНИКИ**

Досрочная волна (Результат) 2019

① Прибыль за один год  $= px - (0,5x^2 + 2x + 6)$

$$= -0,5x^2 - 2x + px - 6$$

$$= -0,5x^2 + (p-2) \cdot x - 6$$

Это квадратичная ф-ция. График - парабола, ветви  $\downarrow$ , значит макс. знач. ф-ции достигается в вершине

Вершина  $X_{\text{верш}} = \frac{-(p-2)}{-1} = p-2$

Прибыль макс.  $= -\frac{1}{2} \cdot (p-2)^2 + (p-2)^2 - 6$

$$= \frac{(p-2)^2}{2} - 6$$

② 1 год: Прибыль  $= \frac{(10-2)^2}{2} - 6 = 26$  млн

2 год: Прибыль  $= \frac{(11-2)^2}{2} - 6 = 34,5$  млн

3 год: Прибыль  $= \frac{(12-2)^2}{2} - 6 = 44$  млн

4 год: Прибыль  $= \frac{(13-2)^2}{2} - 6 = 54,5$  млн

$26 + 34,5 + 44 + 54,5 = 159$  (млн)

Значит строительство окупится за 4 года

Ответ: 4

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ №230911





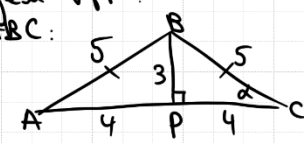
**17** В равнобедренном тупоугольном треугольнике  $ABC$  на продолжение боковой стороны  $BC$  опущена высота  $AH$ . Из точки  $D$  на сторону  $AB$  и основание  $AC$  опущены перпендикуляры  $HK$  и  $HM$  соответственно.

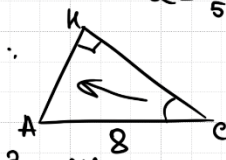
а) Докажите, что отрезки  $AM$  и  $MK$  равны.  
 б) Найдите  $MK$ , если  $AB = 5$ ,  $AC = 8$ .

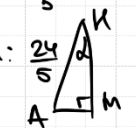
**ИСТОЧНИКИ**  
 ЕГЭ (старый банк)  
 ЕГЭ (новый банк)

а) 1) Пусть  $\angle CAM = d$   
 Тогда  $\angle C = d$   
 (т.к.  $\triangle ABC - \text{р.б.}$ )  
 $\angle ABC = 180 - \angle A - \angle C = 180 - 2d$   
 $\angle ABK = 180 - \angle ABC = 2d$   
 (смежные)  
 $\angle BAK = 180 - 90 - 2d = 90 - 2d$   
 $\angle KAB = 180 - 90 - 2d = 90 - 2d$   
 $\angle AKM = 180 - 90 - (90 - d) = d$   
 $\angle KAM = 90 - (90 - 2d) - d = d$

2)  $\angle AKM = 90^\circ = \angle AMK$   
 Эти углы равны и опр.  
 на отрезок  $AM$   
 $\Rightarrow$  Можно описать около  $AKMK$   
 окр-ть с диаметром  $AM$   
 Тогда  $\angle AKM = d = \angle AMK$   
 (опр. на одну дугу)  
 $\triangle AMK - \text{р.б.}$   
 $AM = MK$

б) Найдём  $AM$ :  
 1)  $\triangle ABC$ :  
  
 $\cos d = \frac{4}{5}$   
 $\sin d = \frac{3}{5}$

2)  $\triangle ACK$ :  
  
 $\sin d = \frac{3}{5} = \frac{AK}{8}$   
 $AK = \frac{3 \cdot 8}{5} = \frac{24}{5}$

3)  $\triangle AMK$ :  
  
 $\sin d = \frac{3}{5} = \frac{AM}{24}$   
 $AM = \frac{3 \cdot 24}{5} = \frac{72}{5} = 2,88$   
 Ответ: 2,88.

ИЛИ	
обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	0
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	
Максимальный балл	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки,	1





**18** Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\sin^2 x + 2 \cos x + a = \sin^2 x + \cos x - a$  имеет на промежутке  $(\frac{\pi}{2}; \pi]$  единственный корень.

**ИСТОЧНИКИ**  
111 (старый балл)  
Основные темы (Реформа) 2013

BA3C.16

①  $\begin{cases} \sin^2 x + 2 \cos x + a \geq 0 \\ \sin^2 x + 2 \cos x + a = \sin^2 x + \cos x - a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

②  $\begin{cases} \sin^2 x + 2 \cos x + a \leq 0 \\ -\sin^2 x - 2 \cos x = \sin^2 x + \cos x - a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

①  $\begin{cases} \sin^2 x + 2 \cos x + a \geq 0 \\ \cos x = -2a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

$\begin{cases} -\cos^2 x + 2 \cos x + a + 1 \geq 0 \\ \cos x = -2a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

$\begin{cases} -4a^2 - 4a + a + 1 \geq 0 \\ \cos x = -2a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

$\begin{cases} -4a^2 - 3a + 1 \geq 0 \\ \cos x = -2a \\ \frac{\pi}{2} < x \leq \pi \end{cases}$

$\begin{cases} 4a^2 + 3a - 1 \leq 0 \\ -1 \leq -2a < 0 \quad | \cdot (-\frac{1}{2}) \end{cases}$

$\begin{cases} + \\ - \\ + \end{cases}$

$0 < a \leq \frac{1}{4}$

$\Rightarrow$  при  $a \in (0; \frac{1}{4}]$  есть решение у системы 1

$\begin{matrix} x_2 & x_2 & x_1 & x_1 \\ x_2 & 0 & x_2 & \frac{1}{4} \\ \text{1 рен} & \text{1 рен} & \text{2 рен} & \text{0 рен} \\ & & & \text{1 рен} \end{matrix}$

Ответ:  $(-\infty; 0] \cup \{\frac{1}{4}\}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений $a$ , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений $a$	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений $a$	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	
	4

**19** а) Приведите пример четырёхзначного числа, произведение цифр которого в 10 раз больше суммы цифр этого числа.  
 б) Существует ли такое четырёхзначное число, произведение цифр которого в 175 раз больше суммы цифр этого числа?  
 в) Найдите все четырёхзначные числа, произведение цифр которых в 50 раз больше суммы цифр этого числа.

**ИСТОЧНИКИ**  
 ЕГЭ (старый базис)  
 ЕГЭ (новый базис)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2018

а)  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 10 \cdot (a+b+c+d)$   
 ① Среди цифр нет нулей  
 ② Среди цифр есть 5 и четная цифра (но не 0)  
 Если  $a=5$  коэффициент, то  $b=2$   
 $5 \cdot 2 \cdot c \cdot d = 10 \cdot (5+2+c+d)$   
 $c \cdot d = 7 + c + d$   
 $c \cdot d - c = 7 + d$   
 $c \cdot (d-1) = 7 + d$   
 $c = \frac{7+d}{d-1}$   
 $d=2$   
 $c=9$   
 Ответ: а) 5292  
 б)  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 175 \cdot (a+b+c+d)$   
 ① Среди цифр должна быть 5, 7  
 Если  $a=5$   
 $b=5$   
 $c=7$   
 $175d = 175(5+5+7+d)$   
 $d = 17+d$   
 $0 \cdot d = 17$   
 Нет решений для  $d$   
 $\Rightarrow$  такого четырёхзначного числа не существует  
 Ответ: б) нет  
 в)  $a \cdot b \cdot c \cdot d = 50 \cdot (a+b+c+d)$   
 Среди цифр есть только 5; 5 и четная (но не 0)  
 Есть 4 варианта:  
 ①  $a=5$   
 $b=5$   
 $c=2$   
 $50 \cdot d = 50 \cdot (12+d)$   
 $0 \cdot d = 12$   
 Нет реш.  
 ②  $a=5$   
 $b=5$   
 $c=4$   
 $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot d = 50 \cdot (14+d)$   
 $2d = 14+d$   
 $d = 14$   
 не подходит  
 ③  $a=5$   
 $b=5$   
 $c=6$   
 $3d = 16+d$   
 $2d = 16$   
 $d = 8$   
 ④  $a=5$   
 $b=5$   
 $c=8$   
 $d=6$   
 $\Rightarrow$  Нам подходят все возможные числа из цифр 5568  
 Ответ: 5568  
 5586  
 5865  
 5856  
 5658  
 5685  
 6855  
 6585  
 6558  
 8655  
 8565  
 8556

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназдор от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.



3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

