

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

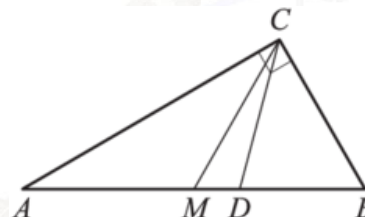
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

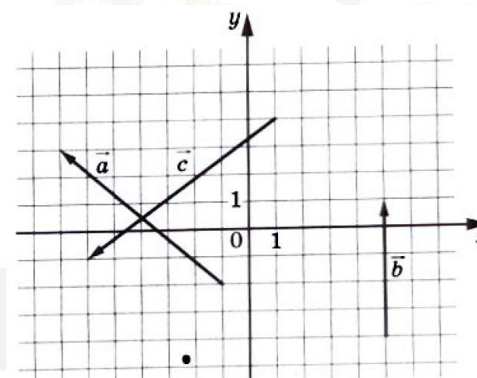
*Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1** Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

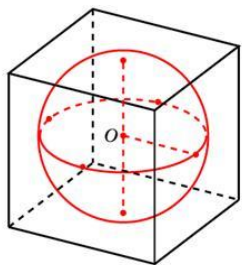
- 2** На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.



3 Шар, объем которого равен  $35\pi$ , вписан в куб. Найдите объем куба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4 Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Биолог» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих матчах команда «Биолог» начнёт игру с мячом все три раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,9. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа **не перегорит**.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите корень уравнения

$$\log_{27} 3^{5x+5} = 2.$$

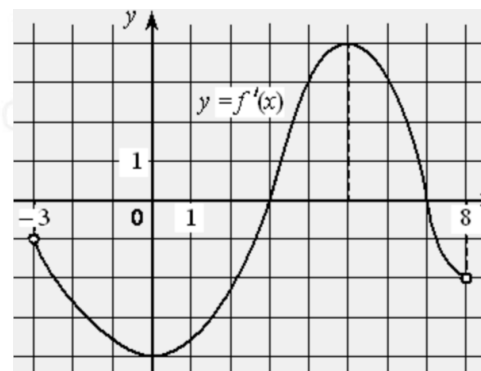
Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения

$$\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + 8.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-3; 8)$ . Найдите точку максимума функции  $f(x)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Сила тока в цепи  $I$  (в А) определяется напряжением в цепи и сопротивлением электроприбора по закону Ома:  $I = \frac{U}{R}$ , где  $U$  – напряжение (в В),  $R$  – сопротивление электроприбора (в Ом). В электросеть включен предохранитель, который плавится, если сила тока превышает 2,5 А. Определите, какое наименьшее сопротивление может быть у электроприбора, подключаемого к сети в 220 В, чтобы сеть продолжала работать. Ответ дайте в омах.

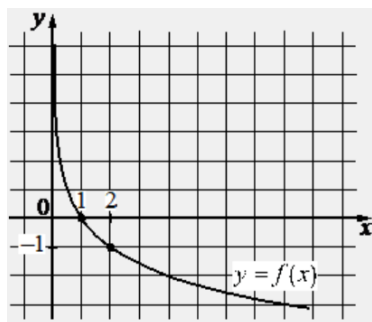
Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 384 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 48 часов. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.



- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(16)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 12 Найдите точку максимума функции

$$y = 1 + 27x - 2x\sqrt{x}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 13 а) Решите уравнение  $2\cos^2 x + 2\sin 2x = 3$ .
- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right]$ .
- 14 Дана прямая призма, в основании которой равнобедренная трапеция с основаниями  $AD = 3$  и  $BC = 2$ . Точка  $M$  делит ребро  $A_1D_1$  в отношении  $A_1M:MD_1 = 1:2$ , точка  $K$  – середина  $DD_1$ .
- а) Докажите, что плоскость  $MCK$  делит отрезок  $BB_1$  пополам.
- б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MCK$ , если  $\angle ADC = 60^\circ$ , а  $\angle MKC = 90^\circ$ .
- 15 Решите неравенство  $\frac{3 - 4^x}{2 - 2^x} \geq \frac{3}{2}$ .
- 16 В июле планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:
- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
  - с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга, равную 2,16 млн рублей.
- Сколько миллионов рублей было взято в банке, если известно, что он был полностью погашен тремя равными платежами (то есть за 3 года)?

vk.com/ege100ballov



**17** Дан треугольник  $ABC$ . Известно, что  $BC = \sqrt{37}$ ,  $AB = 4$ ,  $AC = 3$ . На стороне  $BC$  построен равносторонний треугольник  $BDC$ , при этом точки  $A$  и  $D$  лежат по разные стороны от прямой  $BC$ .

- а) Докажите, что вокруг полученного четырёхугольника  $ABDC$  можно описать окружность.  
 б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника  $ABDC$  до центра его описанной окружности.

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|4x| - 2x - 3 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

**19** На доске написано несколько различных натуральных чисел, произведение любых двух из которых больше 60 и меньше 140.

- а) Может ли на доске быть 5 чисел?  
 б) Может ли на доске быть 6 чисел?  
 в) Какое наименьшее значение может принимать сумма чисел на доске, если их четыре?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

### О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

**Нашли ошибку в варианте?**

**Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!**

Для замечаний и пожеланий: [https://vk.com/topic-10175642\\_50324613](https://vk.com/topic-10175642_50324613)  
 (также доступны другие варианты для скачивания)

### СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:

<b>ФИО:</b>	Евгений Пифагор
<b>Предмет:</b>	Математика
<b>Стаж:</b>	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
<b>Регалии:</b>	Набрал <a href="#">100 баллов</a> на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
<b>Аккаунт и группа ВК:</b>	<a href="https://vk.com/eugene10">https://vk.com/eugene10</a> <a href="https://vk.com/shkolapifagora">https://vk.com/shkolapifagora</a>
<b>Ютуб и инстаграм:</b>	<a href="https://www.youtube.com/c/pifagor1">https://www.youtube.com/c/pifagor1</a> <a href="https://www.instagram.com/shkola_pifagora/">https://www.instagram.com/shkola_pifagora/</a>

