

**Единый государственный экзамен по  
МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелиевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

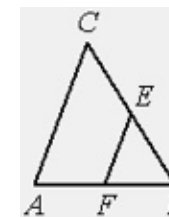
$$\begin{aligned} \sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

**Часть 1**

1

В треугольнике ABC EF – средняя линия. Площадь треугольника BEF равна 16. Найдите площадь треугольника ABC



Ответ: \_\_\_\_\_.

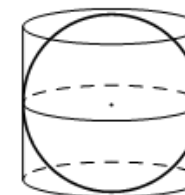
2

Даны векторы  $\vec{a}\{3; 5\}$ ,  $\vec{b}\{4;-1\}$  и  $\vec{c}\{6;6\}$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

3

Цилиндр, объём которого равен 48, описан около шара. Найдите объём шара.



Ответ: \_\_\_\_\_.

4

На олимпиаде по химии 350 участников разместили в трёх аудиториях. В первых двух удалось разместить по 140 человек, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории

Ответ: \_\_\_\_\_.

5

Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную

батарею, равна 0,98. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарею, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная из упаковки батарея будет забракована системой контроля

Ответ: \_\_\_\_\_.

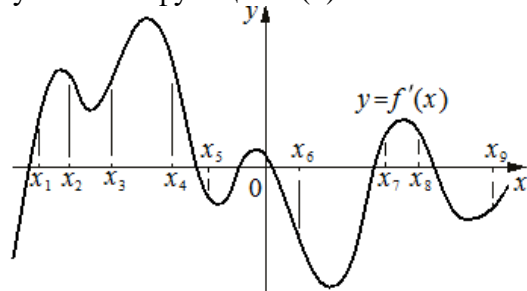
6 Найдите корень уравнения  $3^{2x-16} = \frac{1}{81}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 Найдите значение выражения  $\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам убывания функции  $f(x)$



Ответ: \_\_\_\_\_.

9 Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 494 МГц. Скорость погружения батискафа  $v$  вычисляется по

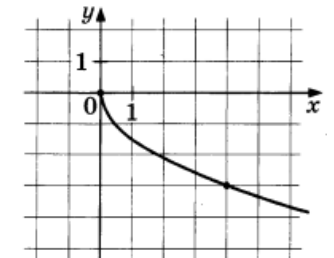
$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$$

формуле  $v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$ , где  $c = 1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемых импульсов,  $f$  — частота отражённого от дна сигнала, регистрируемая приёмником. Определите частоту отражённого сигнала в МГц, если скорость погружения батискафа равна 18 м/с. Ответ выразите в МГц. Ответ: \_\_\_\_\_.

10 Моторная лодка прошла против течения реки 165 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше. Найдите лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = k\sqrt{x}$ . Найдите  $f(2,56)$



Ответ: \_\_\_\_\_.

12 Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 9x^2 + 24x - 7$  на отрезке  $[-1; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13 а) Решите уравнение

$$2\sin^3 x = \sqrt{3}\cos^2 x + 2\sin x.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .14 В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известны длины рёбер:  $AB = 4$ ,  $BC = 3$ ,  $AA_1 = 2$ . Точки  $P$  и  $Q$  – середины рёбер  $A_1 B_1$  и  $CC_1$  соответственно. Плоскость  $APQ$  пересекает ребро  $B_1 C_1$  в точке  $U$ .а) Докажите, что  $B_1 U : UC_1 = 2 : 1$ .б) Найдите площадь сечения параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  плоскостью  $APQ$ .

15

Решите неравенство:  $\frac{3^x + 9}{3^x - 9} + \frac{3^x - 9}{3^x + 9} \geq \frac{4 \cdot 3^{x+1} + 144}{9^x - 81}$ 

16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 20% по сравнению с концом предыдущего года;

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года) и банку будет выплачено 311 040 рублей?

17 Около треугольника  $ABC$  описана окружность. Прямая  $BO$ , где  $O$  – центр вписанной окружности, вторично пересекает описанную окружность в точке  $P$ .а) Докажите, что  $OP = AP$ .б) Найдите расстояние от точки  $P$  до прямой  $AC$ , если  $\angle ABC = 120^\circ$ , а радиус описанной окружности равен 18.18 При каких значениях параметра  $a$  уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных решения.

19 На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа  $a$  и  $b$ , записанные на доске, заменяются на два числа: или  $a + b$  и  $2a - 1$ , или  $a + b$  и  $2b - 1$  (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5).

а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13.

б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400?

в) Сделали 513 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.