

**Единый государственный экзамен по
МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелиевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

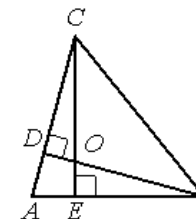
$$\begin{aligned} \sin^2\alpha + \cos^2\alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

1

В треугольнике ABC угол A равен 72° , углы B и C – острые, высота BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

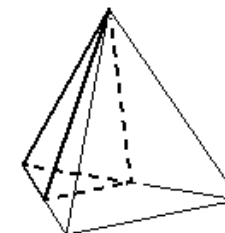
2

Найдите скалярное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a}\{-2;3\}$, $\vec{b}\{5;-4\}$

Ответ: _____.

3

Дана правильная треугольная пирамида. Через вершину пирамиды и среднюю линию её основания проведена плоскость, объём которой 88 (см. рисунок). Найдите объём исходной треугольной пирамиды



Ответ: _____.

4

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Великобритании, 7 из Франции, 4 из Германии и 7 из Италии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсмен, который выступает последним, окажется из Великобритании

Ответ: _____.

5 Стрелок стреляет по одному раз в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок не попадёт в три первые мишени и попадёт в последнюю
 Ответ: _____.

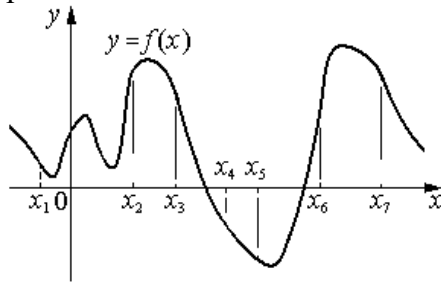
6 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{5x-6} = 81$.

Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения $\frac{2 \cos 53^\circ}{\sin 37^\circ} + 13$.

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. На оси абсцисс отмечено семь точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В ответе укажите количество точек (из отмеченных), в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

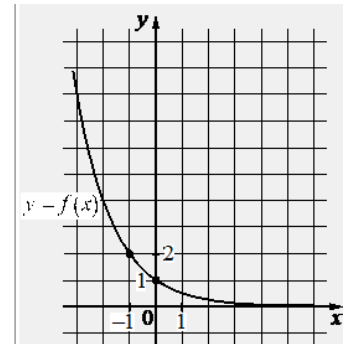
9 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t)=2+13t-5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?

Ответ: _____.

10 Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 588 литров она заполняет на 7 минут быстрее, чем первая труба резервуар объёмом 728 литров?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(-4)$



Ответ: _____.

12 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 4x^2 + 4x + 17$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13

а) Решите уравнение $2\sin^3 x - 2\sin x + \cos^2 x = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$.

14

В правильной четырёхугольной пирамиде $SABCD$ сторона основания AB равна 4, а боковое ребро SA равно 7. На рёбрах CD и SC отмечены точки N и K соответственно, причём $DN:NC = SK:KC = 1:3$. Плоскость α содержит прямую KN и параллельна прямой BC .

а) Докажите, что плоскость α параллельна прямой SA .

б) Найдите угол между плоскостями α и SBC .

15

Решите неравенство $\frac{9^x + 2 \cdot 3^x - 117}{3^x - 27} \leq 1$.

16

31 декабря 2016 года Виктор взял в банке 3 972 000 рублей в кредит под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 10%), затем Виктор переводит в банк x рублей. Какой должна быть сумма x , чтобы Виктор выплатил долг тремя равными платежами (то есть за три года)?

17

В равнобедренном треугольнике ABC с углом 120° при вершине A проведена биссектриса BD . В треугольник ABC вписан прямоугольник $DEFH$ так, что сторона HF лежит на отрезке BC , а вершина E — на отрезке AB .

а) Докажите, что $FH = 2DH$.

б) Найдите площадь прямоугольника $DEFH$, если $AB = 4$.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых неравенство

$$\left| \frac{x^2 + ax + 1}{x^2 + x + 1} \right| < 3$$

выполняется при всех x .

19

На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись заканчивается на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 810.

а) Может ли на доске быть 24 четных числа?

б) Может ли на доске быть ровно два числа, оканчивающихся на 7?

в) Какое наименьшее количество чисел с последней цифрой 7 может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.