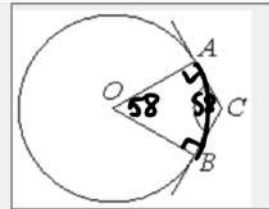


1

Через концы  $A$  и  $B$  дуги окружности с центром  $O$  проведены касательные  $AC$  и  $BC$ . Меньшая дуга  $AB$  равна  $58^\circ$ . Найдите угол  $ACB$ . Ответ дайте в градусах.



0EB251

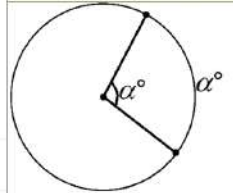
$$360 - 2 \cdot 90 - 58 = 122$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

## ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ

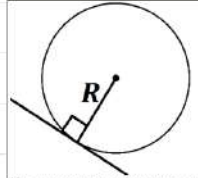


Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

## СУММА УГЛОВ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

360°

## СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ



Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

ОТВЕТ | 1 | 2 | 2

2

Даны векторы  $\vec{a}(-1; 3)$ ,  $\vec{b}(4; 1)$  и  $\vec{c}(2; c_0)$ . Найдите  $c_0$ , если  $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = 0$ .

$$\vec{a} + \vec{b} = (3; 4)$$

$$\vec{c} = (2; c_0)$$

$$3 \cdot 2 + 4 \cdot c_0 = 0$$

$$4 \cdot c_0 = -6$$

$$c_0 = -1,5$$

ОТВЕТ | - | 1 | , | 5

## ИСТОЧНИКИ

Ященко (36 вариантов) 2024

3

Цилиндр описан около шара. Объём шара равен 50.



Найдите объём цилиндра.

FCCBC9

$$\textcircled{1} V_{\text{ш}} = 50 = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$\pi R^3 = \frac{50 \cdot 3}{4}$$

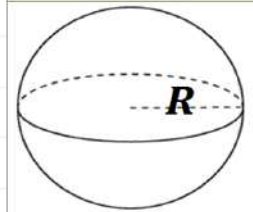
$$\textcircled{2} V_{\text{ц}} = \pi \cdot R^2 \cdot 2R = 2\pi R^3 = \frac{2 \cdot 50 \cdot 3}{4} = 75$$

ОТВЕТ 75

## ИСТОЧНИКИ

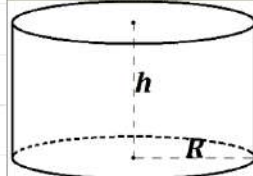
ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2023  
 Основная волна 2021  
 Основная волна 2017  
 Досрочная волна 2016  
 Пробный ЕГЭ 2015

## ОБЪЁМ ШАРА



$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

## ОБЪЁМ ЦИЛИНДРА



$$V = \pi R^2 h$$

4

Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 21 пассажира, равна 0,93. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,49. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 20.

$$0,93 - 0,49 = 0,44$$

ОТВЕТ 0,44

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна (Резерв) 2017

## НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

## ПРИМЕР:

Событие  $A$  – на кубике выпало чётное число очков  
 Событие  $B$  – на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

5

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах равна 0,05. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.



ЕВВ536

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2023

I автомат

ост.

ост.

зак.

зак.

II автомат

ост.

зак.

ост.

зак.

x  
 0,05  
 0,05  
 0,05

} 0,1

} 1

$$1 - 3 \cdot 0,05 = 0,85$$

ОТВЕТ | 0,85

6

Найдите корень уравнения  $3^{\log_9(4x+1)} = 9$ .



036С77

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)  
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА**  
 Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$

$$3^{\log_9(4x+1)} = 3^2$$

$$\log_9(4x+1) = 2$$

$$4x+1 = 81$$

$$4x = 80$$

$$x = 20$$

ОТВЕТ | 20

7

Найдите значение выражения

$$\log_{\sqrt[6]{13}} 13.$$

$$\log_{13^{\frac{1}{6}}} 13 = \frac{1}{\frac{1}{6}} \log_{13} 13 = 6$$

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

Основная волна 2019

## СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$

2  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$

3  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$

✓ 4  $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$

5  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

6  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

Если  $\log_a b = c$ , то  $a^c = b$ 

## КОРНИ

1  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

2  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

3  $(\sqrt{a})^2 = a$

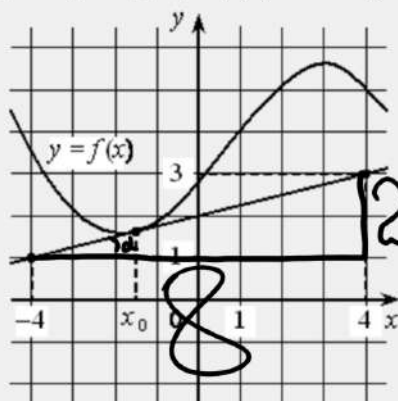
4  $\sqrt{a^2} = |a|$

✓ 5  $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

ОТВЕТ | 6

8

На рисунке изображены график дифференцируемой функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4} = 0,25$$

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Основная волна (Резерв) 2023

Основная волна 2019

Основная волна (Резерв) 2017

## ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

## ПРОИЗВОДНОЙ

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

C70016

ОТВЕТ | 0,25

9

Груз массой 0,16 кг колеблется на пружине. Его скорость  $v$  (в м/с) меняется по закону  $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала наблюдения в секундах,  $T = 2$  с — период колебаний,  $v_0 = 1,5$  м/с.

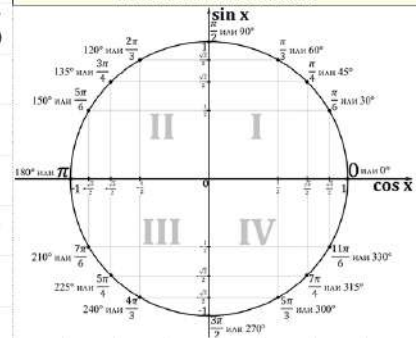
Кинетическая энергия  $E$  (в Дж) груза вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза (в кг),  $v$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 20 секунд после начала наблюдения. Ответ дайте в джоулях.

$$\textcircled{1} v = 1,5 \cdot \cos \frac{2\pi \cdot 20}{2} = 1,5 \cdot \cos(20\pi) = 1,5 \cdot 1 = 1,5$$

$$\textcircled{2} E = \frac{0,16 \cdot 1,5 \cdot 1,5}{2} = \frac{16 \cdot 3 \cdot 3}{100 \cdot 2 \cdot 2} = 0,18$$

9DD340

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ОТВЕТ | 0,18

10

Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2022  
Основная волна 2021

	Пр-ть	Время	Кол-во
I	$x - 5$	$\frac{500}{x-5}$	500
II	$x$	$\frac{375}{x}$	375

$$t_{\text{меньш}} (\text{первая}) - t_{\text{больш}} (\text{вторая}) = 10$$

$$\frac{500}{x-5} - \frac{375}{x} = 10$$

$$\frac{500x - 375x + 375 \cdot 5}{x^2 - 5x} = 10$$

$$\frac{125x + 375 \cdot 5}{x^2 - 5x} = 10 \quad | :5$$

$$2x^2 - 10x = 25x + 375$$

$$2x^2 - 35x - 375 = 0$$

$$D = 1225 + 4 \cdot 2 \cdot 375 = 4225$$

65<sup>2</sup>

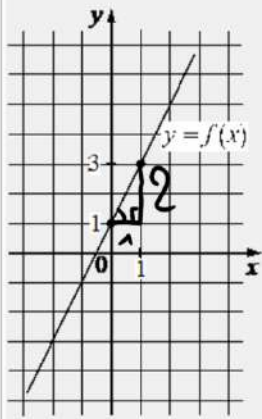
$$x = \frac{35 \pm 65}{4}$$

$$x = 25$$

ОТВЕТ | 25

11

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = kx + b$ . Найдите значение  $f(5)$ .



$$\textcircled{1} y = 2 \cdot x + 1$$

$$\textcircled{2} f(5) = 2 \cdot 5 + 1 = 11$$

## ИСТОЧНИКИ

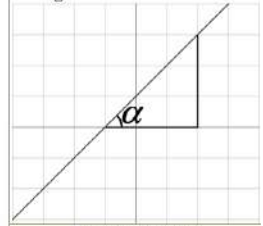
ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)  
Основная волна (Резерв) 2023

## УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

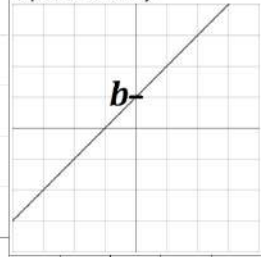
$y = kx + b$   
 $y = kx$   
 $y = b$

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ  $k$ 

$k$  отвечает за наклон прямой  
 $k = \operatorname{tg} \alpha$

ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ  $b$ 

$b$  отвечает за координату пересечения оси  $y$



ОТВЕТ | 1 | 1

12

Найдите наименьшее значение функции  $y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$  на отрезке  $[-12; -2]$ .

$$\textcircled{1} y' = \cancel{2} \cdot e^{2x+16} + (2x+15) \cdot e^{2x+16} \cdot \cancel{2} = 0$$

$$e^{2x+16} \cdot (1 + 2x + 15) = 0$$

$$e^{2x+16} = 0$$

нет решений

$$2x + 16 = 0$$

$$2x = -16$$

$$x = -8$$

$$\textcircled{2} y(-8) = -1 \cdot 1 = -1$$

$$y(-12) = \dots$$

$$y(-2) = \dots$$

ОТВЕТ | - | 1

## ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2020

## ПРОИЗВОДНЫЕ

- 1  $C' = 0$
- 2  $x' = 1$
- 3  $(Cx)' = C$
- 4  $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5  $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- ✓ 6  $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7  $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- ✓ 8  $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9  $(\sin x)' = \cos x$
- 10  $(\cos x)' = -\sin x$
- 11  $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- 12  $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- ✓ 13  $(e^x)' = e^x$
- 14  $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- 15  $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- 16  $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

13 а) Решите уравнение

$$7 \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 4\sqrt{3} \sin x \cos x = 4\cos^3 x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$ .

а)  $7 \cdot \cos x + 4\sqrt{3} \cdot \sin x \cdot \cos x - 4\cos^3 x = 0$

$$\cos x \cdot (7 + 4\sqrt{3} \cdot \sin x - 4\cos^2 x) = 0$$

$$\cos x = 0 \quad 7 + 4\sqrt{3} \sin x - 4(1 - \sin^2 x) = 0$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad 4\sin^2 x + 4\sqrt{3} \sin x + 3 = 0$$

Пусть  $\sin x = t$   
 $4t^2 + 4\sqrt{3}t + 3 = 0$   
 $(2t + \sqrt{3})^2 = 0$

$$2t = -\sqrt{3}$$

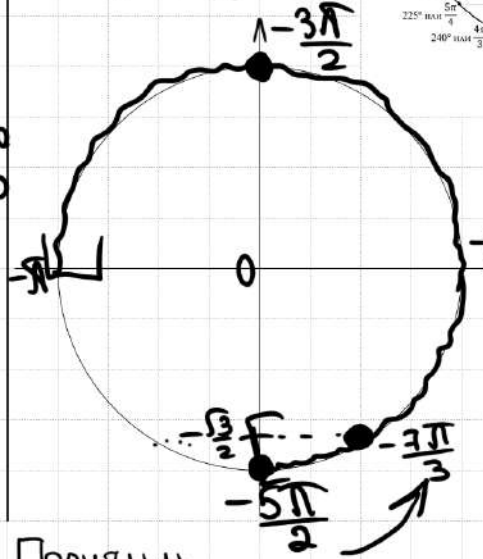
$$t = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) ОТВЕРЁМ КОРНИ С ПОМОЩЬЮ ОКРУЖНОСТИ



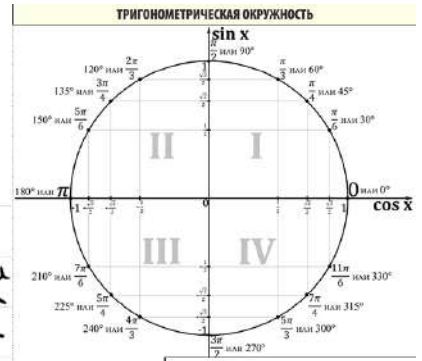
Получим

$$x = -\frac{5\pi}{2}$$

$$x = -\frac{3\pi}{2}$$

$$x = -\frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{3} = -\frac{7\pi}{3}$$

Ответ: а)  $\frac{\pi}{2} + \pi n, -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$   
 б)  $-\frac{5\pi}{2}, -\frac{3\pi}{2}, -\frac{7\pi}{3}$



**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна (Резерв) 2021  
 ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

**1 ШАГ**

Если в скобочке нечётное количество  $\frac{\pi}{2}$ , то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то  $\pi$ , то функция остаётся прежней

**ПРИМЕР:**

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

**2 ШАГ**

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

**ПРИМЕР:**

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

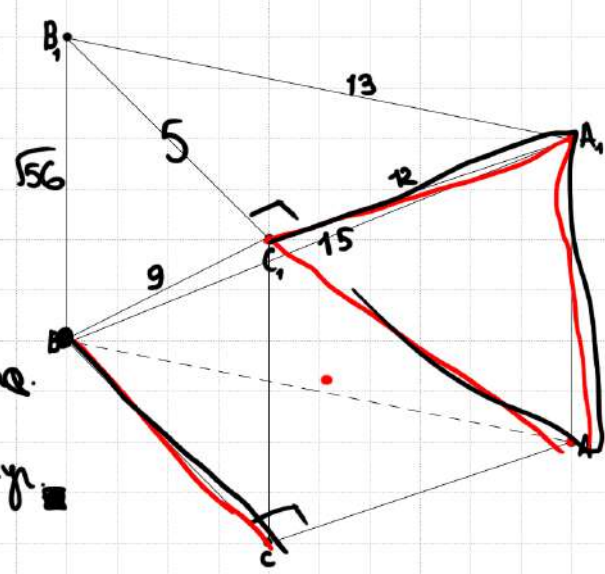
**ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ**

- 1  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- 2  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- 3  $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$
- 4  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

14 Основанием прямой треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  является прямоугольный треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Диагонали боковых граней  $AA_1B_1B$  и  $BB_1C_1C$  равны 15 и 9 соответственно,  $AB = 13$ .

а) Докажите, что треугольник  $BA_1C_1$  прямоугольный.  
 б) Найдите объём пирамиды  $AA_1C_1B$ .

а)  $BB_1 = \sqrt{15^2 - 13^2} = \sqrt{56}$   
 $BC_1 = \sqrt{9^2 - 56} = 5$   
 $A_1C_1 = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$



б) Заметим, что в  $\triangle BA_1C_1$  выш. т. Пиф.  
 $15^2 = 12^2 + 9^2$   
 $\Rightarrow \triangle BA_1C_1$  - прямой по т. обр. т. Пиф.

б)  $V_{\text{пир}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{12 \cdot 2\sqrt{4}}{2} \cdot BC = 20\sqrt{4}$

Ответ:  $20\sqrt{4}$ .

**ИСТОЧНИКИ**

Гордин #14 2019  
 Основная волна 2017

Решите неравенство  $\frac{\log_4(16x^4) + 11}{\log_4^2 x - 9} \geq -1$ .

88E530

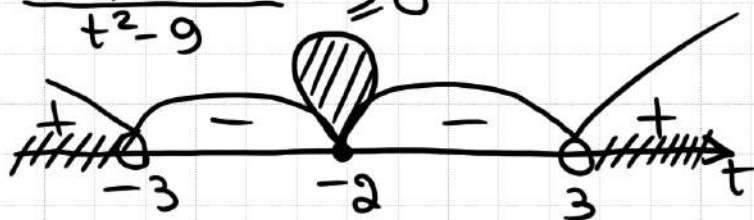
$$\frac{\log_4 16 + \log_4 x^4 + 11}{\log_4^2 x - 9} + \frac{1}{1} (\log_4^2 x - 9) \geq 0$$

$= x, \text{ т.к. } x > 0$

$$\frac{\log_4^2 x + 4 \cdot \log_4 |x| + 11 + 2 - 9}{\log_4^2 x - 9} \geq 0$$

Пусть  $\log_4 x = t$

$$\frac{t^2 + 4t + 4}{t^2 - 9} \geq 0$$



$$\begin{cases} t < -3 \\ t = -2 \\ t > 3 \end{cases}$$

$$\log_4 x < \log_4 \frac{1}{64}$$

$$0 < x < \frac{1}{64}$$

$$\log_4 x = \log_4 \frac{1}{16}$$

$$x = \frac{1}{16}$$

$$\log_4 x > \log_4 64$$

$$x > 64$$

Ответ:  $(0; \frac{1}{64}) \cup \{ \frac{1}{16} \} \cup (64; +\infty)$

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2022  
 Основная волна 2017

## СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- 1  $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
- 2  $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- 3  $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- 4  $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
- 5  $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- 6  $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

## ФСУ

- 1  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
- 2  $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3  $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- 4  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- 5  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- 6  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
- 7  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

16

В школе 2020 года планируется взять кредит в банке на сумму 300 000 рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Найдите  $r$ , если известно, что кредит будет полностью погашен за два года, причём в первый год будет выплачено 160 000 рублей, а во второй год - 240 000 рублей.

Пусть март - месяц платежа  
 $(1 + \frac{r}{100}) = b$

Дата	Сумма долга
И 20	300 тыс.
Я 21	$300 \cdot b$
М 21	$300 \cdot b - 160$
Я 22	$300b^2 - 160b$
М 22	$300b^2 - 160b - 240 = 0$

$$15 \cdot b^2 - 8b - 12 = 0$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 15 \cdot (-12) = 784$$

$$b = \frac{8 \pm 28}{30}$$

$$b = \frac{36}{30} = \frac{12}{10}$$

$$1 + \frac{r}{100} = \frac{12}{10}$$

$$\frac{r}{100} = \frac{2}{10}$$

$$r = 20\%$$

Ответ: 20

$$b = \frac{-20}{30} = 1 + \frac{r}{100}$$

$$\frac{r}{100} = -\frac{50}{30}$$

$$r = -\frac{500}{3}$$

Пост. кредит

## ИСТОЧНИКИ

ФИР (старый банк)  
 ФИР (новый банк)  
 Яценко 2021 (36 вар)  
 Яценко 2020 (36 вар)  
 Яценко 2019 (36 вар)  
 Семёнов 2015  
 Основная волна 2020  
 Основная волна 2017  
 Основная волна 2015

17

В прямоугольном треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  - середины гипотенузы  $AB$  и катета  $BC$  соответственно. Биссектриса угла  $BAC$  пересекает прямую  $MN$  в точке  $L$ .

а) Докажите, что треугольники  $AML$  и  $BLC$  подобны.

б) Найдите отношение площадей этих треугольников, если  $\cos \angle BAC = \frac{7}{25}$ .

а) ①  $MN$  - ср. линия  
 (т.к.  $M$  и  $N$  - ср. ст.)  
 $\Rightarrow ML \parallel AC$

②  $\angle CAL = \alpha = \angle ALM$   
 (накрест. лин.)  
 $\angle CAL = \angle MAL$   
 (т.к.  $AL$  - бис.)

③  $AM = CM = BM = ML$

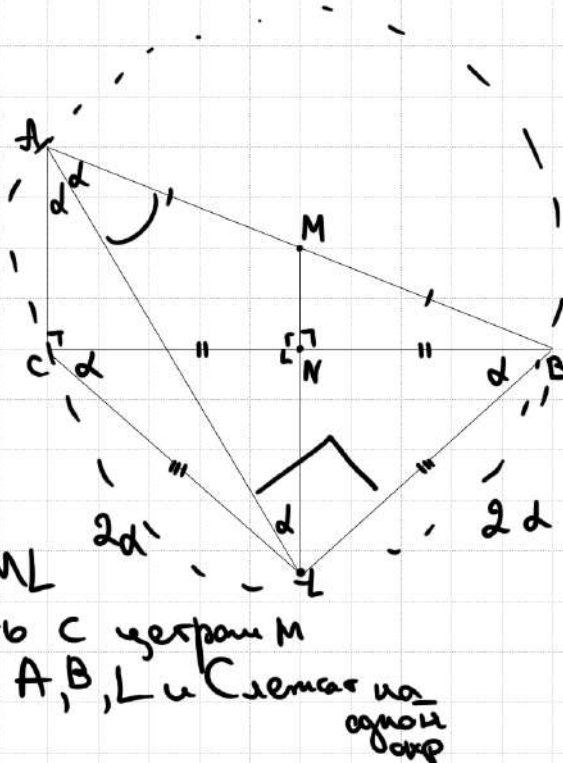
Опишем окружность с центром  $M$   
 Покажем, что точки  $A, B, L$  и  $C$  лежат на одной окружности

④  $\angle CBL = \alpha = \angle CAL$

$\angle BCL = \alpha = \angle BAL$

(сопр. по одну дугу)

$\triangle AML \sim \triangle BLC$  по 2 углам



б) ①  $\triangle AML \sim \triangle BLC$   
 $k = \frac{BL}{AM} = \frac{BL}{\frac{1}{2}AB} = 2 \frac{BL}{AB}$

$$= 2 \sin \alpha$$

$k^2 = 4 \cdot \sin^2 \alpha = \frac{S_{BLC}}{S_{AML}}$   
 $\triangle ABL$  - прямоу. т.к.  $\angle ALB$  опр. по диаметру

②  $\cos 2\alpha = \frac{7}{25}$

$$1 - 2 \sin^2 \alpha = \frac{7}{25}$$

$$\frac{18}{25} = 2 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}$$

$$k^2 = 4 \cdot \frac{9}{25} = \frac{36}{25} = \frac{S_{BLC}}{S_{AML}}$$

Ответ:  $\frac{36}{25}$

## ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2016

$$3 \sin x = \cos x + a$$

имеет единственное решение на отрезке  $[\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}]$ .

$$3 \sin x - \cos x = a$$

Построим

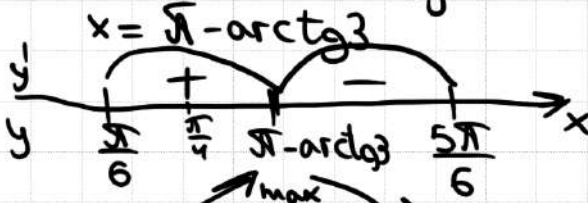
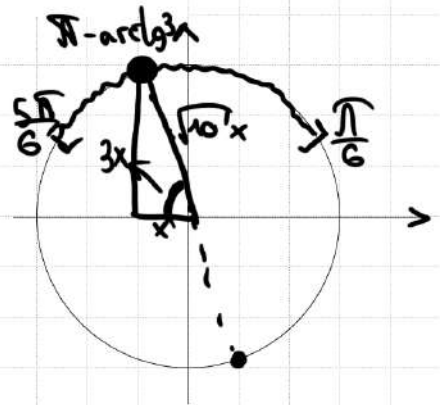
$$y = 3 \sin x - \cos x$$

$$y' = 3 \cos x + \sin x = 0 \quad | : \cos x \neq 0$$

$$3 + \operatorname{tg} x = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -3$$

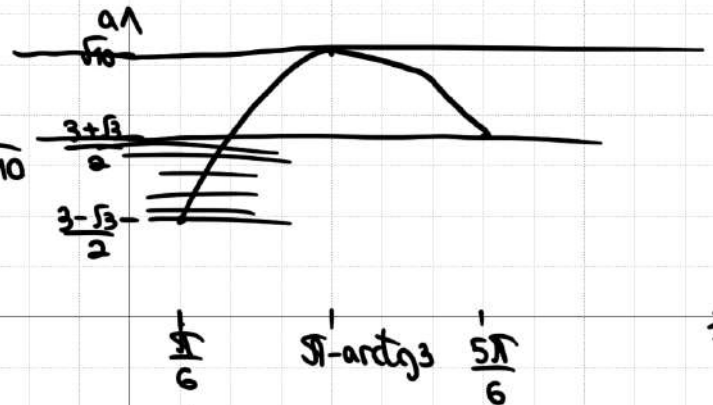
$$x = -\operatorname{arctg} 3 + \pi n; n \in \mathbb{Z}$$



$$y\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 - \sqrt{3}}{2}$$

$$y(\pi - \operatorname{arctg} 3) = 3 \cdot \frac{3}{\sqrt{10}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{10}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$y\left(\frac{5\pi}{6}\right) = 3 \cdot \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{2}$$



Ответ:  $\left[\frac{3 - \sqrt{3}}{2}, \frac{3 + \sqrt{3}}{2}\right) \cup \{\sqrt{10}\}$ .

На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 12 единиц, то можно получить сумму 147:  $1+11+11+111+11+1+1=147$

- а) Можно ли получить сумму 150, если  $n = 60$ ?
- б) Можно ли получить сумму 150, если  $n = 80$ ?
- в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 150?

а)  $10 \cdot 11 + 40 \cdot 1 = 150$   
 20 единиц  $\times 11$  + 40 единиц  $\times 1$   
 Ответ: а) да

б) 1) Можно ли использовать 11-е. Больше числа?

Если исп., то  $S \geq 11 + 77$   
 $S \geq 188$   
 т.е. не хватает  
 $\Rightarrow$  Можно исп. только 1 и 11

2) Если взять 10 слог. 11, то  
 $S \geq 110 + 60$   
 $S \geq 170$  не хватает  
 Если взять больше 10 слог. 11, то  
 Если взять 9 слог. 11, то  
 $S \geq 99 + 62$   
 $S \geq 161$  не хватает  
 Если взять 8 слог. 11, то  
 $S \geq 88 + 64$   
 $S \geq 152$  не хватает  
 Если взять 7 слог. 11, то  
 $S \geq 77 + 66$   
 $S \geq 143$   
 Если взять  $< 7$  слог. 11, то будет не хватать  
 Ответ: б) нет

На доске написано  $n$  единиц подряд. Между некоторыми из них расставляют знаки «+» и считают получившуюся сумму. Например, если было написано 12 единиц, то можно получить сумму 147:  $1+11+11+111+11+1+1=147$

- а) Можно ли получить сумму 150, если  $n = 60$ ?
- б) Можно ли получить сумму 150, если  $n = 80$ ?
- в) Для скольких значений  $n$  можно получить сумму 150?

в) 1) 1111 и больше исп. нельзя

2) 111 можно использовать только 1 раз  
 с тремя 11      с двумя 11      с одной 11      без 11  
 $111 + 3 \cdot 11 + 6 \cdot 1$        $111 + 2 \cdot 11 + 17 \cdot 1$        $111 + 11 + 28 \cdot 1$        $111 + 39 \cdot 1$   
 $n=15$        $n=24$        $n=33$        $n=42$

3) Теперь используем только 1 и 11  
 Число 11 можно использовать не более 13 раз

11-ток	1-ек	n
13	7	33 (число было)
12	18	42 (число было)
11	29	51
10	40	60
9	51	69
8	62	78
7	73	87
6	84	96
5	95	105
4	106	114
3	117	123
2	128	132
1	139	141
0	150	n=150

Ответ: в) 16