

1

В треугольнике ABC $AC = BC$, $AB = 15$, AH — высота, $BH = 6$.



Найдите косинус угла BAC .

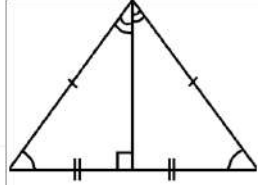
C18485

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2013

КОСИНУС

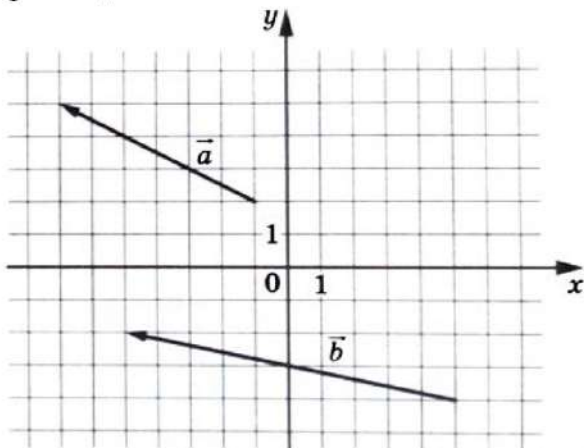
$\cos \alpha = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$

РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Биссектриса, медиана и высота,
 проведённые к основанию,
 равны

ОТВЕТ**2**

На координатной плоскости изображены векторы \vec{a} и \vec{b} . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

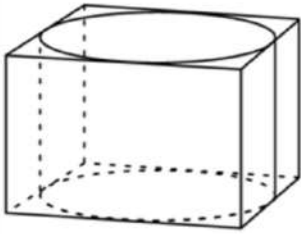
**ИСТОЧНИКИ**

Яценко (36 вариантов) 2024

ОТВЕТ

3

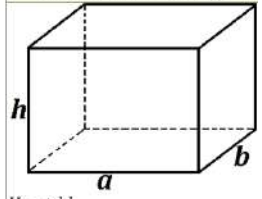
Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра.



A57713

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ОБЪЕМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

$$V = abh$$

ОТВЕТ**4**

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что решка выпадет ровно один раз.



40200e

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

Досрочная волна 2013

Досрочная волна 2023

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

ОТВЕТ

5

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,2.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)

НЕЗАВИСИМЫЕ СОБЫТИЯ

Независимые события – это события, когда вероятность наступления второго события не зависит от уже наступившего первого события

ПРИМЕР:

Событие A – в кофе-автомате из Москвы закончится кофе
 Событие B – в кофе-автомате из Читы закончится кофе

НЕСОВМЕСТНЫЕ СОБЫТИЯ

Несовместные события – это события, которые не могут наступить одновременно

ПРИМЕР:

Событие A – на кубике выпало чётное число очков

Событие B – на кубике выпало нечётное число очков

Нельзя бросить кубик так, чтобы оба события наступили одновременно

Вероятность наступления одного из двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий

$$P(A + B) = P(A) + P(B)$$

Если в московском кофе-автомате закончится кофе, то это никак не повлияет на кофе-автомат в Чите, а если бы кофе-автоматы стояли рядом, то повлияло бы и события бы были зависимые

Вероятность совместного наступления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

ОТВЕТ**6**

Найдите корень уравнения $\frac{2}{7}x = -5\frac{1}{7}$.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)

4A45B0

ОТВЕТ

7

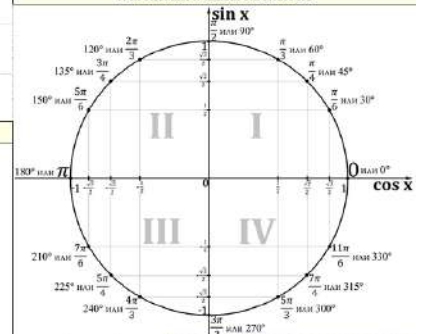
Найдите значение выражения $30 \operatorname{tg} 3^\circ \cdot \operatorname{tg} 87^\circ - 43$.

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2013

70CAFA

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

1 $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2 $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

3 $1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

4 $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

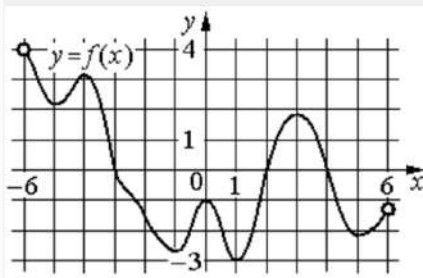
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

ОТВЕТ

8

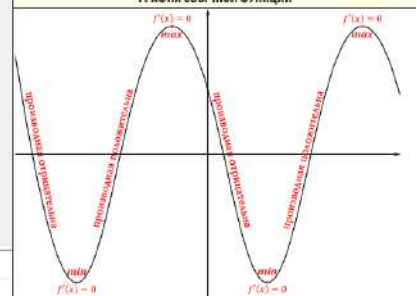
На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество решений уравнения $f'(x) = 0$ на отрезке $[-4,5; 2,5]$.



ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна (Резерв) 2018

ГРАФИК ОБЫЧНОЙ ФУНКЦИИ



ОТВЕТ

9

При сближении источника и приёмника звуковых сигналов, движущихся в некоторой среде по прямой навстречу друг другу, частота звукового сигнала, регистрируемого приёмником, не совпадает с частотой исходного сигнала $f_0 = 170$ Гц и определяется следующим выражением: $f = f_0 \cdot \frac{c+u}{c-v}$ (Гц), где c — скорость распространения сигнала в среде (в м/с), а $u = 12$ м/с и $v = 6$ м/с — скорости приёмника и источника относительно среды соответственно. При какой максимальной скорости c (в м/с) распространения сигнала в среде частота сигнала в приёмнике f будет не менее 180 Гц?



9685F7

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2019
 Основная волна 2017
 Основная волна 2013

ОТВЕТ

10

Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 42 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?



4E4109

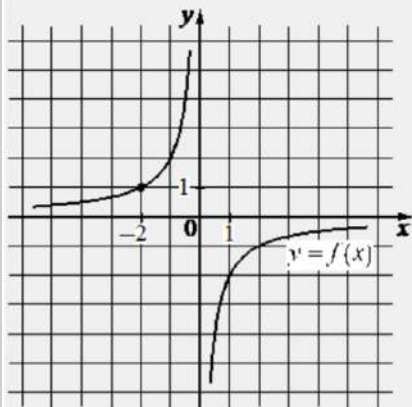
ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Демо 2021
 Основная волна 2017
 Досрочная волна 2016

ОТВЕТ

11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



D6A2A2

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Досрочная волна (Резерв) 2023

ОТВЕТ

12

Найдите наименьшее значение функции

$$y = \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 6x - 5$$

на отрезке $[9; 36]$.



2F96EF

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Досрочная волна 2022

ПРОИЗВОДНЫЕ

1	$C' = 0$
2	$x' = 1$
3	$(Cx)' = C$
4	$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
5	$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
6	$(U \cdot V)' = U'V + UV'$
7	$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
8	$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
9	$(\sin x)' = \cos x$
10	$(\cos x)' = -\sin x$
11	$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
12	$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
13	$(e^x)' = e^x$
14	$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
15	$(\ln x)' = \frac{1}{x}$
16	$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ОТВЕТ

13

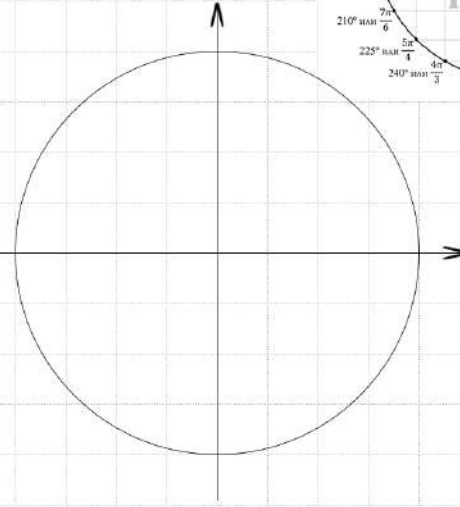
а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^2 x + (1 + \sqrt{3}) \operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0.$$

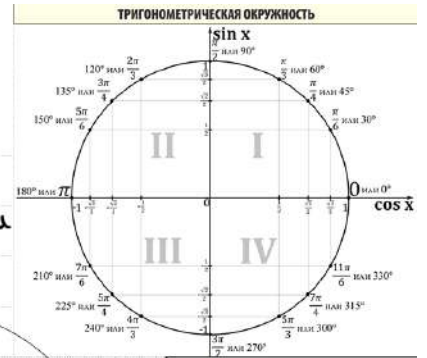
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$.

а)

б) Отберём корни с
помощью окружности



Получим

**ИСТОЧНИКИ**

Основная волна 2014

В тетраэдре $ABCD$ грани ABD и ACD являются правильными треугольниками со стороной равной 3 и перпендикулярны друг другу. На рёбрах AB , AD , CD отмечены точки K , L и M соответственно, причём $BK = AL = DM = 1$.

- а) Докажите, что плоскость MLK перпендикулярна CD .
б) Найдите длину отрезка, образованного пересечением плоскости MLK с гранью ABC .

15

Решите неравенство

$$\log_{0,2}(x^3 - 2x^2 - 4x + 8) \leq \log_{0,04}(x - 2)^4.$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2023

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

$$1 \log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$$

$$2 \log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$$

$$3 \log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

$$4 \log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

$$5 \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$6 \log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

ФСУ

$$1 a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$2 (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3 (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4 a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5 a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$6 (a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$7 (a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

В июле 2025 года планируется взять кредит на десять лет в размере 900 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в конце 2030 года долг составит 200 тыс. руб;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Известно, что сумма всех платежей после полного погашения кредита будет равна 1270 тыс. рублей. Сколько рублей составит платёж в 2035 году?

В прямоугольную трапецию $ABCD$ с прямым углом при вершине A и острым углом при вершине D вписана окружность с центром O . Прямая DO пересекает сторону AB в точке M , а прямая CO пересекает сторону AD в точке K .

- а) Докажите, что $\angle AMO = \angle DKO$.
- б) Найдите площадь треугольника AOM , если $BC = 10$ и $AD = 15$.

$$\sqrt{x^4 + (a - 5)^4} = |x + a - 5| + |x - a + 5|$$

имеет единственное решение.

Саша берёт пять различных натуральных чисел и проделывает с ними следующие операции: сначала вычисляет среднее арифметическое первых двух чисел, затем среднее арифметическое результата и третьего числа, потом среднее арифметическое полученного результата и четвертого числа, потом среднее арифметическое полученного результата и пятого числа – число A .

- а) Может ли число A равняться среднему арифметическому начальных пяти чисел?
- б) Может ли число A быть больше среднего арифметического начальных чисел в пять раз?
- в) В какое наибольшее целое число раз число A может быть больше среднего арифметического начальных пяти чисел?