

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 234

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

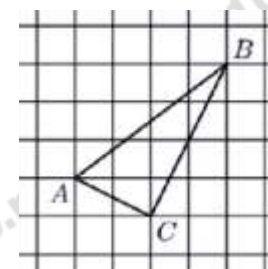
$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Острые углы прямоугольного треугольника равны 24° и 66° . Найдите угол между биссектрисой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

2. На клетчатой бумаге с размером 1×1 изображен треугольник ABC . Найдите скалярное произведение $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$.



3. Конус вписан в шар. Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объем шара равен 28. Найдите объем конуса.

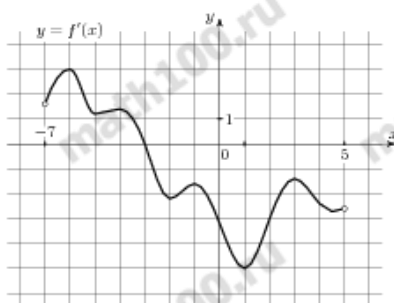
4. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Физик» выиграет жребий ровно два раза.

5. Телефон передаёт SMS-сообщение. В случае неудачи телефон делает следующую попытку. Вероятность того, что сообщение удастся передать без ошибок в каждой отдельной попытке, равна 0,4. Найдите вероятность того, что для передачи сообщения потребуется не больше двух попыток.

6. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x-1} = 5$.

7. Найдите $26\cos\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$, если $\cos\alpha = \frac{12}{13}$ и $\alpha \in \left(\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right)$.

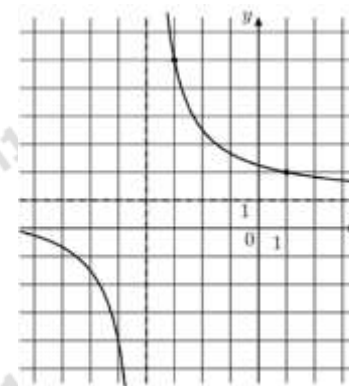
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$, принадлежащую отрезку $[-6; 4]$.



9. В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону $H(t) = H_0 - \sqrt{2gH_0} kt + \frac{g}{2} k^2 t^2$, где t — время в секундах, прошедшее с момента открытия крана, $H_0 = 20$ м — начальная высота столба воды, $k = \frac{1}{50}$ — отношение площадей поперечных сечений крана и бака, а g — ускорение свободного падения (считайте $g = 10$ м/с²). Через сколько секунд после открытия крана в баке останется четверть первоначального объёма воды?

10. Теплоход, скорость которого в неподвижной воде равна 25 км/ч, проходит по течению реки и после стоянки возвращается в исходный пункт. Скорость течения равна 3 км/ч, стоянка длится 5 часов, а в исходный пункт теплоход возвращается через 30 часов после отплытия из него. Сколько километров прошёл теплоход за весь рейс?

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{kx + a}{x + b}$. Найдите a .



12. Найдите точку максимума функции $y = 8 \ln(x + 7) - 8x + 3$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение $(4\cos^4 x - 1)\sqrt{\sin x} = 0$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$.

14. Плоскость α перпендикулярна основанию правильной треугольной пирамиды $SABC$ с вершиной S и делит стороны AB и BC основания пополам.

а) Докажите, что плоскость α делит боковое ребро в отношении $1 : 3$, считая от вершины S .

б) Найдите площадь сечения пирамиды этой плоскостью, если известно, что сторона основания равна 2 , а высота пирамиды равна 4 .

15. Решите неравенство:

$$\frac{(x^2 - 7x + 12) \cdot \log_{x-2}(x-3) \cdot \ln(x-6)^2}{2x^2 - 11x + 14} \leq 0$$

16. В июле 2020 года планируется взять кредит на некоторую сумму. Условия возврата таковы:

— в январе каждого года долг увеличивается на 30% по сравнению с предыдущим годом;

— с февраля по июнь нужно выплатить часть долга одним платежом.

Определите, на какую сумму взяли кредита банке, если известно, что кредит был выплачен тремя равными платежами (за 3 года) и общая сумма выплат на $78\,030$ рублей больше суммы взятого кредита.

17. В треугольнике ABC точки M и N — середины сторон AB и BC соответственно. Известно, что около четырехугольника $AMNC$ можно описать окружность.

а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

б) На стороне AC отмечена точка F , такая что $\angle AFB = 135^\circ$. Отрезок BF пересекает отрезок MN в точке E . Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника $AMNC$, если $\angle ABC = 120^\circ$ и $EF = 6\sqrt{2}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x-2} \ln(x-a) = \sqrt{3x-2} \ln(2x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

19. В роте два взвода, в первом взводе солдат меньше, чем во втором, но больше чем 46 , а вместе солдат меньше чем 111 . Командир знает, что роту можно построить по несколько человек в ряд так, что в каждом ряду будет одинаковое число солдат, большее 8 , и при этом ни в каком ряду не будет солдат из двух разных взводов.

а) Сколько солдат в первом взводе и сколько во втором? Приведите хотя бы один пример.

б) Можно ли построить роту указанным способом по 13 солдат в одном ряду?

в) Сколько в роте может быть солдат?

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 234

1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		

13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		