

## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

## Тренировочный вариант № 231

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8      - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

**ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!**

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

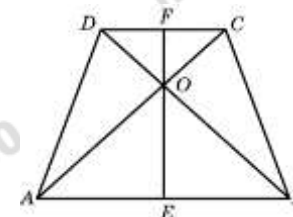
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

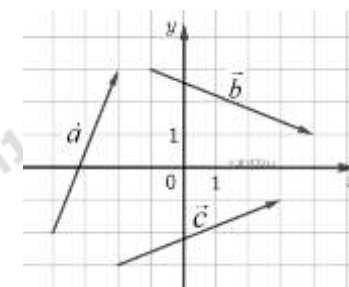
## Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. В равнобедренной трапеции диагонали перпендикулярны. Высота трапеции равна 12. Найдите ее среднюю линию.



2. На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$  с целочисленными координатами. Найдите скалярное произведение  $(\vec{c} - \vec{b}) \cdot \vec{a}$ .



3. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза, а высота останется прежней?

4. В группе туристов 5 человек. С помощью жребия они выбирают двух человек, которые должны идти в село за продуктами. Турист А. хотел бы сходить в магазин, но он подчиняется жребию. Какова вероятность того, что А. пойдёт в магазин?

**5.** Маша коллекционирует принцесс из Киндер-сюрпризов. Всего в коллекции 10 различных принцесс, и они равномерно распределены, то есть в каждом очередном Киндер-сюрпризе может с равными вероятностями оказаться любая из 10 принцесс. У Маши уже есть две разные принцессы из коллекции. Какова вероятность того, что для получения следующей принцессы Маше придётся купить ещё 2 или 3 шоколадных яйца?

**6.** Найдите корень уравнения  $\log_8 2^{8x-4} = 4$ .

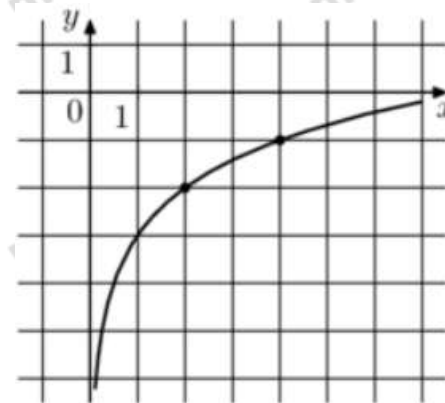
**7.** Найдите  $\sin\left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$ , если  $\sin \alpha = 0,8$  и  $a \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$

**8.** Прямая  $y = 6x - 3$  является касательной к графику функции  $y = 3x^2 + bx$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.

**9.** Установка для демонстрации адиабатического сжатия представляет собой сосуд с поршнем, резко сжимающим газ. При этом объём и давление связаны соотношением  $p_1 V_1^{1,4} = p_2 V_2^{1,4}$ , где  $p_1$  и  $p_2$  — давление газа (в атмосферах) в начальном и конечном состояниях,  $V_1$  и  $V_2$  — объём газа (в литрах) в начальном и конечном состояниях. Изначально объём газа равен 1,6 л, а давление газа равно одной атмосфере. До какого объёма нужно сжать газ, чтобы давление в сосуде стало 128 атмосфер? Ответ дайте в литрах

**10.** Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рубля.

**11.** На рисунке изображён график функции  $f(x) = b + \log_a x$ . Найдите значение  $x$  при котором  $f(x) = 3$ .



**12.** Найдите наибольшее значение функции  $y = 3x^5 - 20x^3 - 54$  на отрезке  $[-4; -1]$ .



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение  $(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)=15$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[1; 5]$ .

14. В основании четырёхугольной пирамиды  $SABCD$  лежит квадрат. Плоскость  $\alpha$  пересекает рёбра  $SA, SB, SC, SD$  в точках  $L, K, N$  и  $M$  соответственно, причём  $SK : KB = 3 : 1$ , а точки  $L$  и  $M$  – середины рёбер  $SA$  и  $SD$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $KLMN$  является трапецией, длины оснований которой относятся как  $2 : 3$ .

б) Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями  $ABC$  и  $\alpha$  равен  $30^\circ$ , а площадь сечения пирамиды плоскостью  $\alpha$  равна  $10\sqrt{2}$ , а площадь основания пирамиды равна  $32$ .

15. Решите неравенство:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} - \left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}} \leq 2 \cdot \left(\frac{1}{12}\right)^{\frac{x^2-3x+4}{x}}$$

16. Вклад планируется открыть на четыре года. Первоначальный вклад составляет **целое** число миллионов рублей. В конце каждого года банк увеличивает вклад на  $20\%$  по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на  $5$  млн рублей. Найдите наименьший размер первоначального вклада, при котором банк за четыре года начислит на вклад больше  $12$  млн рублей.

17. На сторонах  $AB, BC$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечены точки  $C_1, A_1$  и  $B_1$  соответственно, причём  $AC_1 : C_1B = 7 : 12$ ,  $BA_1 : A_1C = 3 : 1$ ,  $AB_1 : B_1C = 3 : 4$ . Отрезки  $BB_1$  и  $CC_1$  пересекаются в точке  $D$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $ADA_1B_1$  – параллелограмм.

б) Найдите  $CD$ , если отрезки  $AD$  и  $BC$  перпендикулярны,  $AC = 21$ ,  $BC = 16$ .

18. При каких значениях параметра  $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$  система уравнений

$$\begin{cases} x \sin \alpha + 2y \sin \alpha = \operatorname{tg} \alpha, \\ (\cos \alpha + 1)x + 3y = 3 \end{cases}$$

имеет бесконечное число решений?

19. Дед купал капусту, которая может весить  $2, 4$  и  $6$  кг. Суммарный вес кочанов капусты равен  $N$  кг. Его сосед попросил тоже купить ему капусту и поделить поровну.

а) Существуют ли значения весов кочанов капусты при  $N = 20$ , которые нельзя поделить поровну?

б) Существуют ли значения кочанов капусты при  $N = 48$ , которые нельзя поделить поровну?

в) Найдите все значения  $N$ , при которых возможно будет поделить капусту поровну.

## ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 231

|           |       |                         |
|-----------|-------|-------------------------|
| <b>1</b>  | 12    | <a href="#">Решение</a> |
| <b>2</b>  | 20    | <a href="#">Решение</a> |
| <b>3</b>  | 2,25  | <a href="#">Решение</a> |
| <b>4</b>  | 0,4   | <a href="#">Решение</a> |
| <b>5</b>  | 0,192 | <a href="#">Решение</a> |
| <b>6</b>  | 2     | <a href="#">Решение</a> |
| <b>7</b>  | 0,6   | <a href="#">Решение</a> |
| <b>8</b>  | 0     | <a href="#">Решение</a> |
| <b>9</b>  | 0,05  | <a href="#">Решение</a> |
| <b>10</b> | 11    | <a href="#">Решение</a> |
| <b>11</b> | 64    | <a href="#">Решение</a> |
| <b>12</b> | 10    | <a href="#">Решение</a> |

|           |  |                         |
|-----------|--|-------------------------|
| <b>13</b> | а) $\frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ ;<br>б) $\frac{5 + \sqrt{21}}{2}$ . | <a href="#">Решение</a> |
| <b>14</b> | 8.   | 6-27                    |
| <b>15</b> | $(-\infty; 0) \cup \{2\}$ .  | <a href="#">Решение</a> |
| <b>16</b> | 9.   | <a href="#">Решение</a> |
| <b>17</b> | 11.  | <a href="#">Решение</a> |
| <b>18</b> | $\pm \frac{\pi}{3}; 0$ .   | 1-14                    |
| <b>19</b> | а) да;<br>б) нет;<br>в) $24n, n = 1, 2, 3, \dots$                  | 4-31                    |