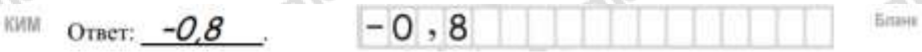
## Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
## Тренировочный вариант № 230
## Профильный уровень
## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.




При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

***ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

## Часть 1

**Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.**

**1.** Найдите площадь кольца, ограниченного концентрическими окружностями, радиусы которых равны $\dfrac{4}{\sqrt{\pi}}$ и $\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}$.

**2.** Даны точки $A(-2;1)$ и $B(1;5)$. Найдите скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CB}$, если $BC=7$, $\angle CBA=120^\circ$.

**3.** В треугольной призме две боковые грани перпендикулярны. Их общее ребро равно $10$ и отстоит от других боковых ребер на $6$ и $8$. Найдите площадь боковой поверхности этой призмы.

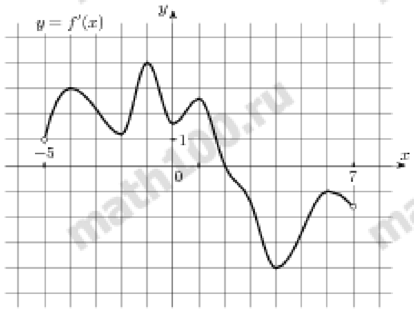
**4.** В чемпионате по гимнастике участвуют $60$ спортсменок: $17$ из США, $28$ из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

**5.** Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью $0{,}2$ при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее $0{,}6$?

**6.** Найдите корень уравнения $\sqrt{\dfrac{4x+40}{17}}=4.$

**7.** Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$

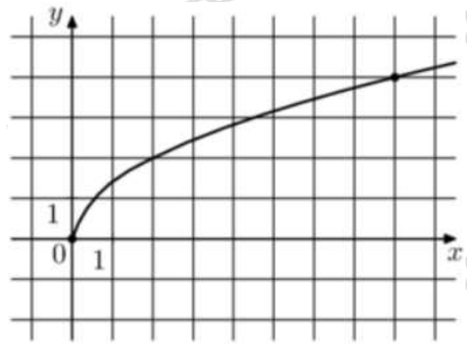
**8.** На рисунке изображен график $y=f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;7)$. В какой точке отрезка $[2;6]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение?




**9.** Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону $\varphi=\omega t+\dfrac{\beta t^2}{2}$, где $t$ — время в минутах, $\omega=20^\circ$ / мин — начальная угловая скорость вращения катушки, а $\beta=4^\circ$ / мин$^2$ — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки $\varphi$ достигнет $1200^\circ$. Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить её работу. Ответ выразите в минутах.

**10.** Виноград содержит $90\%$ влаги, а изюм — $5\%$. Сколько килограммов винограда требуется для получения $20$ килограммов изюма?

**11.** На рисунке изображён график функции $f(x)=k\sqrt{x}$. Найдите значение $x$ при котором $f(x)=7$.




**12.** Найдите точку максимума функции $y=-\dfrac{2}{3}x\sqrt{x}+3x+1$

***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

**Часть 2**

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**13.** а) Решите уравнение $\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}-x\right)=\cos^2\left(\frac{2\pi}{3}+x\right)$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$.

**14.** Дана правильная шестиугольная призма $ABCDEFA_1B_1C_1D_1E_1F_1$ со стороной основания $\sqrt{3}$ и боковым ребром $1$.

а) Докажите, что плоскости $ACA_1$ и $B_1CE_1$ перпендикулярны.

б) Найдите угол между прямыми $BF_1$ и $CD_1$.

**15.** Решите неравенство:

$$\log_{125}\left(x^3-6x^2+12x-8\right)\geq\log_5\left(x^2-4\right)-2$$

**16.** В двух шахтах добывают алюминий и никель. На первой шахте имеется $50$ рабочих, каждый из которых готов трудиться $6$ часов в день. При этом один рабочий за час добывает $1$ кг алюминия или $3$ кг никеля. На второй шахте имеется $180$ рабочих, каждый из которых готов трудиться $6$ часов в день. При этом один рабочий за час добывает $3$ кг алюминия или $1$ кг никеля. Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на $3$ кг алюминия приходится $2$ кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

**17.** В трапеции $ABCD$ с основаниями $BC$ и $AD$ углы $ABD$ и $ACD$ прямые.

а) Докажите, что $AB=CD$.

б) Найдите $AD$, если $AB=2$, $BC=7$.

**18.** Найдите все значения параметра $a$, при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases}\dfrac{(ax-8)(a-\log_2 x)}{x}\leq 0,\\ |x-2|+|x-8|\leq 6\end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

**19.** Каждое из четырех последовательных натуральных чисел, последняя цифра которых не равна нулю, разделили на его последнюю цифру. Полученные результаты сложили и назвали $S$.

а) Может ли $S=16\frac{5}{6}$?

б) Может ли $S=369\frac{29}{126}$?

в) Если числа были трехзначные, то какое наибольшее целое значение $S$ могло получиться?

**ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 230**

| | | |
|---|---|---|
| **1** | 12 | Решение |
| **2** | – 17,5 | Решение |
| **3** | 240 | Решение |
| **4** | 0,25 | Решение |
| **5** | 5 | Решение |
| **6** | 58 | Решение |
| **7** | 0,5 | Решение |
| **8** | 6 | Решение |
| **9** | 20 | Решение |
| **10** | 190 | Решение |
| **11** | 24,5 | Решение |
| **12** | 9 | Решение |

| | | |
|---|---|---|
| **13** | а) $\frac{\pi k}{2};\quad k \in Z;$<br>б) $-\frac{5\pi}{2};\ -2\pi;\ -\frac{3\pi}{2};\ -\pi.$ | Решение |
| **14** | $\arccos\frac{11\sqrt{10}}{40}.$ | |
| **15** | $(2;\ 23].$ | Решение |
| **16** | 3 300. | Решение |
| **17** | 8. | |
| **18** | $[1;4].$ | |
| **19** | а) Да, например, 12, 13, 14 и 15;<br>б) нет;<br>в) 2004. | |