

Справочные материалы по математике. Алгебра

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n), первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

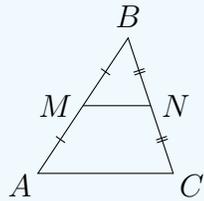
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

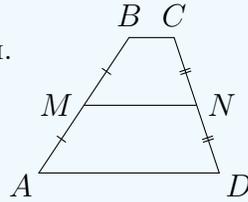
Справочные материалы по математике. Геометрия

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

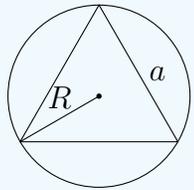


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



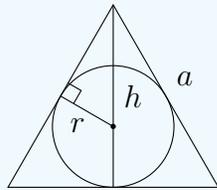
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

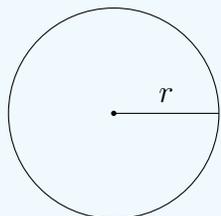
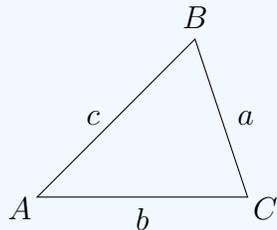
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$ и $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$ и $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C.$$

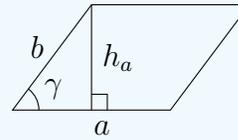


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

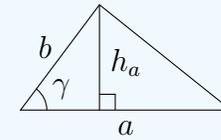
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

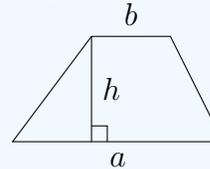
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

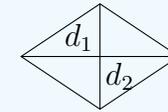
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

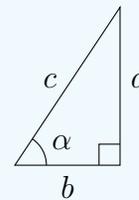
Ромб



$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

d_1, d_2 — диагонали

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Некоторые значения тригонометрических функций

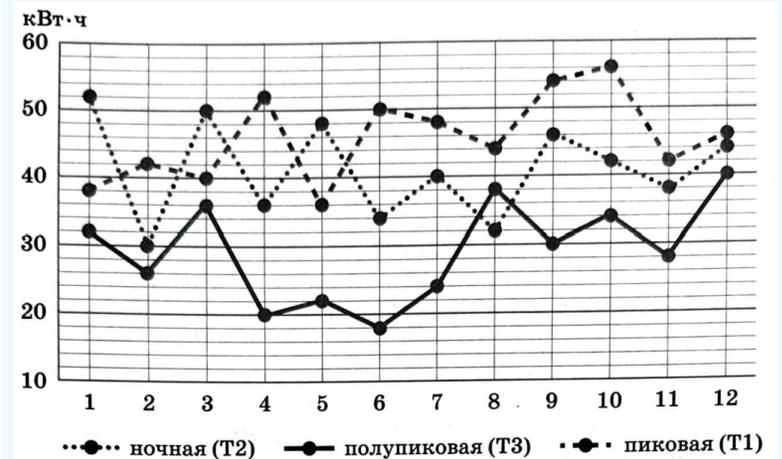
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Вариант №7 из сборника И.В. Яценко ОГЭ по математике

В жилых домах установлены бытовые электросчётчики, которые фиксируют расход электроэнергии в киловатт-часах (кВт · ч). Учёт расхода электроэнергии может быть однотарифным, двухтарифным или трёхтарифным. При однотарифном учёте стоимость 1 кВт · ч электроэнергии не меняется в течение суток. При двухтарифном и трёхтарифном учёте она различна в зависимости от времени суток (сутки разбиты на периоды, называемые тарифными зонами).

В таблице дана стоимость 1 кВт · ч электроэнергии в рублях в 2022 году.

	январь – июнь	июль – ноябрь	декабрь
Однотарифный учёт	5,15	5,43	5,66
Двухтарифный учёт (распределение по двум тарифным зонам):			
ночная зона Т2 (23.00–7.00)	1,74	1,88	2,62
дневная зона Т1 (7.00–23.00)	5,92	6,24	6,91
Трёхтарифный учёт (распределение по трём тарифным зонам):			
ночная зона Т2 (23.00–7.00)	1,74	1,88	2,62
полупиковая зона Т3 (10.00–17.00; 21.00–23.00)	5,15	5,43	5,66
пиковая зона Т1 (7.00–10.00; 17.00–21.00)	6,18	6,52	8,23

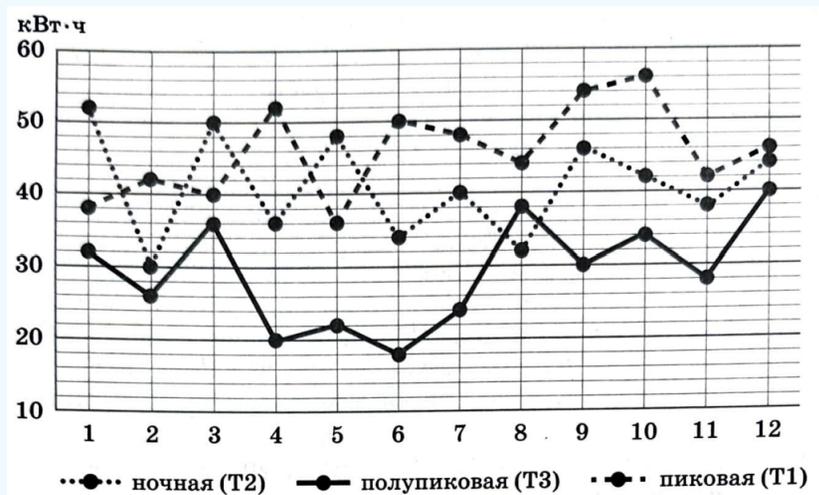


В квартире у Олега Борисовича установлен трёхтарифный счётчик, и в 2022 году Олег Борисович оплачивал электроэнергию по трёхтарифному учёту.

На рисунке точками показан расход электроэнергии в квартире Олега Борисовича по тарифным зонам за каждый месяц 2022 года. Для наглядности точки соединены линиями.

1

Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику расхода электроэнергии.



ПЕРИОДЫ

- А) май — июнь
- Б) июнь — июль
- В) июль — август
- Г) октябрь — ноябрь

ХАРАКТЕРИСТИКИ

- 1) расход уменьшился во всех трёх тарифных зонах
- 2) расход в полупиковой и ночной зонах увеличился одинаково
- 3) расход в полупиковой зоне увеличился, а в пиковой и ночной — уменьшился
- 4) расход в ночной зоне уменьшился на столько же, на сколько увеличился расход в пиковой зоне

Ответ:

А	Б	В	Г

2

Сколько месяцев в 2022 году расход электроэнергии в ночную зону превышал расход в пиковую зону?

Ответ: _____.

3

На сколько рублей больше заплатил бы Олег Борисович за электроэнергию, израсходованную в марте, если бы пользовался одностарифным учётом?

Ответ: _____.

4

На сколько процентов общий расход электроэнергии в квартире Олега Борисовича в феврале был меньше, чем в январе? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

5

Соседи Олега Борисовича, семья Прониных, исходя из данных по расходу электроэнергии за 2022 год по своей квартире, рассчитали средний расход электроэнергии за месяц по тарифным зонам:

- ночная зона — 100 кВт · ч,
- полупиковая зона — 100 кВт · ч,
- пиковая зона — 50 кВт · ч.

Пронины предполагают, что в 2023 году средний расход электроэнергии будет таким же. Исходя из этого, выберите наиболее выгодный вариант учёта электроэнергии для семьи Прониных в 2023 году (однотарифный, двухтарифный или трёхтарифный). Считайте, что стоимость 1 кВт · ч электроэнергии будет такой же, как в декабре 2022 года. Оцените общие расходы Прониных на оплату электроэнергии (в рублях) за 2023 год (по наиболее выгодному варианту учёта), если средний расход электроэнергии действительно будет таким же.

- 1) менее 5 тыс. руб.
- 2) от 5 тыс. руб. до 10 тыс. руб.
- 4) от 15 тыс. руб. до 20 тыс. руб.
- 3) от 10 тыс. руб. до 15 тыс. руб.
- 5) от 20 тыс. руб. до 25 тыс. руб.
- б) более 25 тыс. руб.

В ответ запишите номер верного варианта оценки расходов.

Ответ: _____.

6

Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{6} + \frac{7}{15}\right) \cdot 9$.

Ответ: _____.

7

Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{5}{17}$ и $\frac{7}{19}$?

- 1) 0,2
- 2) 0,3
- 3) 0,4
- 4) 0,5

Ответ:

8

Найдите значение выражения $\sqrt{\frac{36x^4}{y^2}}$ при $x = 6$ и $y = 9$.

Ответ: _____.

9

Найдите корень уравнения $5(x + 4) = -9$.

Ответ: _____.

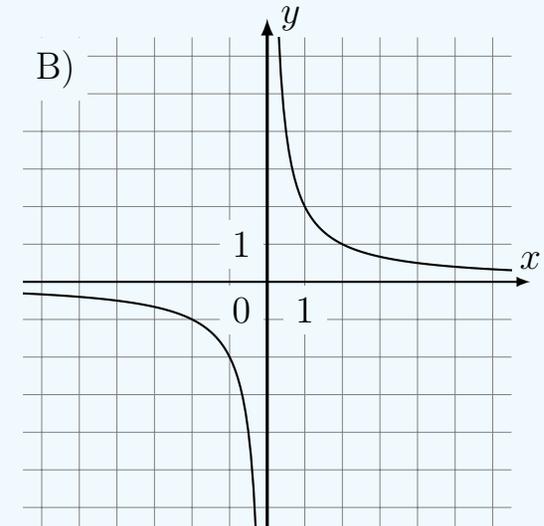
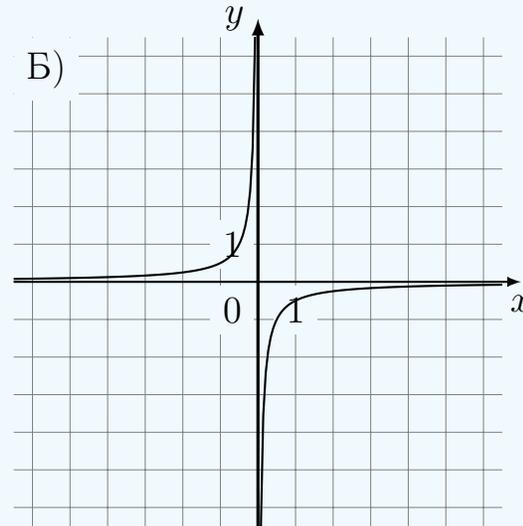
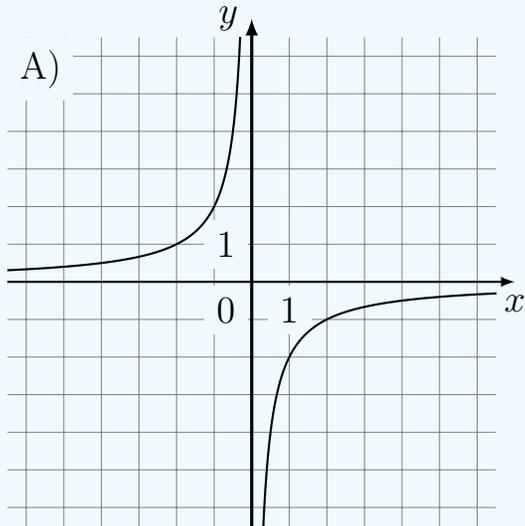
10

Фабрика выпускает сумки. В среднем 7 сумок из 100 имеют скрытые дефекты. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется без дефектов.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ



ФОРМУЛЫ

1) $y = -\frac{1}{2x}$

2) $y = -\frac{2}{x}$

3) $y = \frac{2}{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

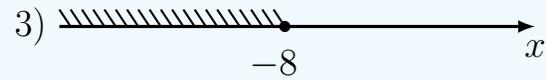
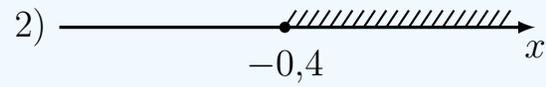
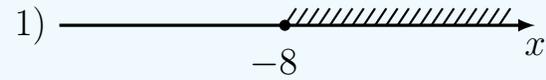
А	Б	В

12

Площадь трапеции вычисляется по формуле $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$, где a и b — длины оснований трапеции, h — её высота. Пользуясь этой формулой, найдите площадь S , если $a = 3$, $b = 6$ и $h = 4$.

Ответ: _____.

13

Укажите решение неравенства $-2x + 5 \leq -3x - 3$.

Ответ:

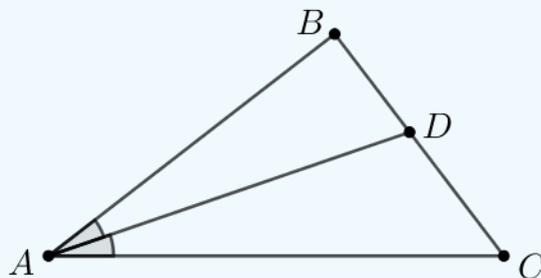
14

К концу 2010 года в городе проживало 42900 человек. Каждый год число жителей города возрастало на одну и ту же величину. В конце 2021 года в городе проживало 51810 человек. Какова была численность населения этого города к концу 2018 года?

Ответ: _____.

15

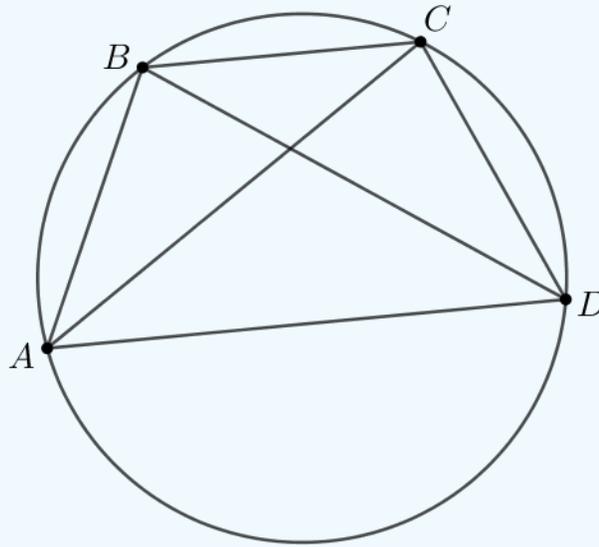
В треугольнике ABC известно, что $\angle BCA = 60^\circ$, $\angle ABC = 78^\circ$, AD — биссектриса. Найдите угол BAD .
Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

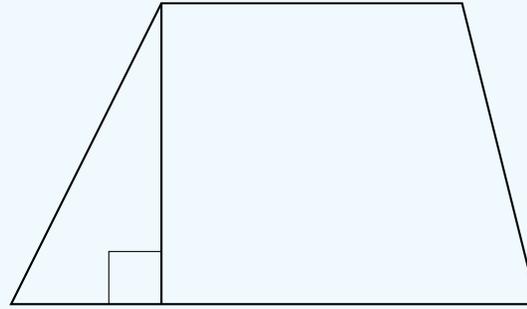
16

Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABD равен 80° , угол CAD равен 34° . Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

17 Основания трапеции равны 13 и 23, а высота равна 5. Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.

18

Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

19

Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.
- 2) Если точка лежит на биссектрисе угла, то она равноудалена от сторон этого угла.
- 3) Если диагонали параллелограмма равны, то этот параллелограмм является ромбом.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

20

Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

21

Из городов A и B навстречу друг другу одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в B на 56 минут раньше, чем велосипедист приехал в A , а встретились они через 21 минуту после выезда. Сколько часов затратил на путь из B в A велосипедист?

22

Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 6 & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{36}{x} & \text{при } x < -4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23

В равнобедренной трапеции $ABCD$ с большим основанием AD биссектриса угла A пересекается с биссектрисой угла C в точке F , а также пересекает сторону CD в точке K . Известно, что прямые AB и CF параллельны. Найдите CF , если $FK = 4\sqrt{3}$.

24

Точка M — середина стороны AB параллелограмма $ABCD$, а $MC = MD$. Докажите, что параллелограмм $ABCD$ является прямоугольником.

25

В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведённую из вершины B , в отношении $5 : 4$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 6$.