

Справочные материалы по математике. Алгебра

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n), первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

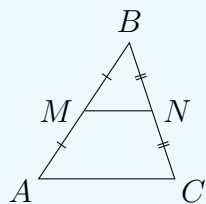
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

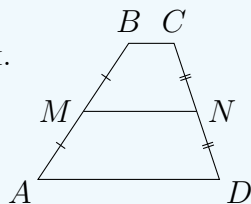
Справочные материалы по математике. Геометрия

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n - 2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

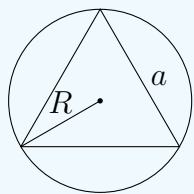


$$\begin{aligned} MN & \text{ — ср. лин.} \\ MN & \parallel AC \\ MN & = \frac{AC}{2} \end{aligned}$$

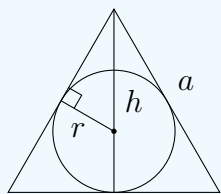


$$\begin{aligned} BC & \parallel AD \\ MN & \text{ — ср. лин.} \\ MN & \parallel AD \\ MN & = \frac{BC + AD}{2} \end{aligned}$$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$$\begin{aligned} R & = \frac{a\sqrt{3}}{3} \\ S & = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} r & = \frac{a\sqrt{3}}{6} \\ h & = \frac{a\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$ и $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin \angle A} = \frac{b}{\sin \angle B} = \frac{c}{\sin \angle C} = 2R,$$

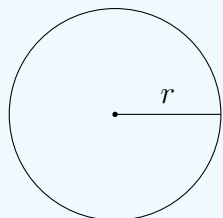
где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$ и $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \angle C.$$

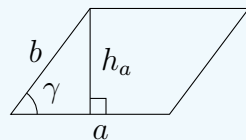
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



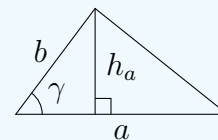
Площади фигур

Параллелограмм



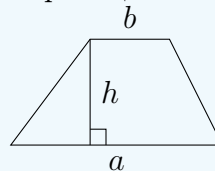
$$\begin{aligned} S & = ah_a \\ S & = ab \sin \gamma \end{aligned}$$

Треугольник



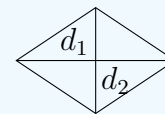
$$\begin{aligned} S & = \frac{1}{2}ah_a \\ S & = \frac{1}{2}ab \sin \gamma \end{aligned}$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

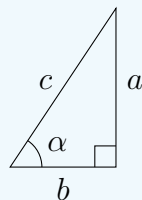
Ромб



$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

d_1, d_2 — диагонали

Прямоугольный треугольник



$$\begin{aligned} \sin \alpha & = \frac{a}{c} \\ \cos \alpha & = \frac{b}{c} \\ \operatorname{tg} \alpha & = \frac{a}{b} \end{aligned}$$

Теорема Пифагора:

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1.$$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Вариант №5 из сборника И.В. Яценко ОГЭ по математике

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 2,6 м, ширина 2,5 м, высота 2,2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проёма 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трёх печей.

Номер печи	Тип	Объём помещения (куб. м)	Масса (кг)	Стоимость (руб.)
1	дровяная	8–13	42	19 000
2	дровяная	10–15,5	48	20 700
3	электрическая	9–15	15	16 500

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 6200 руб.

- 1** Установите соответствие между стоимостями и номерами печей. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Стоимость (руб.)	20 700	16 500	19 000
Номер печи			

Ответ: _____.

2

Найдите площадь потолка парного отделения строящейся бани. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

3

На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объёму парного отделения, обойдётся дешевле электрической с учётом установки?

Ответ: _____.

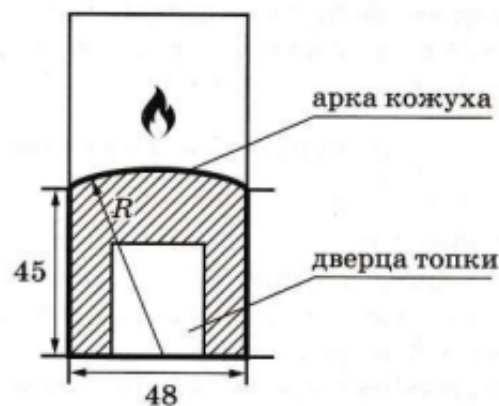
4

В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 10 %, на печь номер 2 — 25 %, на печь номер 3 — 20 %. Сколько рублей стоила печь номер 2 в прошлом году?

Ответ: _____.

5

Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертёж передней панели показан на рисунке 2.



Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки R . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

Ответ: _____.

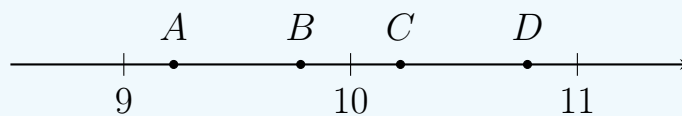
6

Найдите значение выражения $1\frac{11}{14} - 2\frac{3}{35}$.

Ответ: _____.

7

На координатной прямой отмечены точки A, B, C, D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{85}$. Какая это точка?

1) точка A 2) точка B 3) точка C 4) точка D Ответ:

8

Найдите значение выражения $\frac{(a^5)^4}{a^{16}}$ при $a = 5$.

Ответ: _____.

9

Решите уравнение $(x - 1)(x + 3) = 12$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10

В соревнованиях по толканию ядра участвуют 7 спортсменов из Бразилии, 10 спортсменов из Чили, 6 спортсменов из Перу и 2 — из Колумбии. Порядок, в котором выступают спортсмены, определяется жребием. Найдите вероятность того, что последним будет выступать спортсмен из Перу.

Ответ: _____.

11

Установите соответствие между функциями и их графиками.

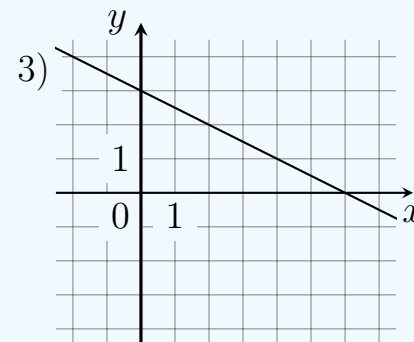
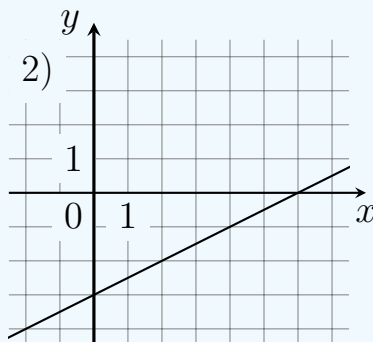
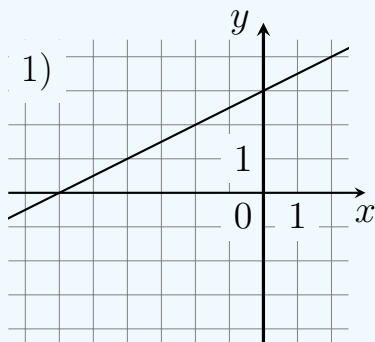
ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{1}{2}x + 3$

Б) $y = -\frac{1}{2}x + 3$

В) $y = \frac{1}{2}x - 3$

ГРАФИКИ



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

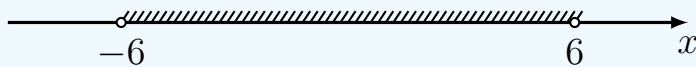
12

Работа постоянного тока (в джоулях) вычисляется по формуле $A = \frac{U^2 t}{R}$, где U — напряжение (в вольтах), R — сопротивление (в омах), t — время (в секундах). Пользуясь этой формулой, найдите A (в джоулях), если $t = 9$ с, $U = 8$ В и $R = 12$ Ом.

Ответ: _____.

13

Укажите неравенство, решение которого изображено на рисунке.



1) $x^2 - 36 > 0$

2) $x^2 + 36 > 0$

3) $x^2 - 36 < 0$

4) $x^2 + 36 < 0$

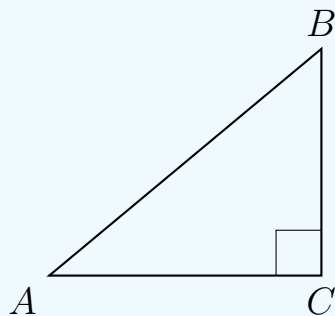
Ответ:

14

В амфитеатре 13 рядов. В первом ряду 17 мест, а в каждом следующем на 2 места больше, чем в предыдущем. Сколько всего мест в амфитеатре?

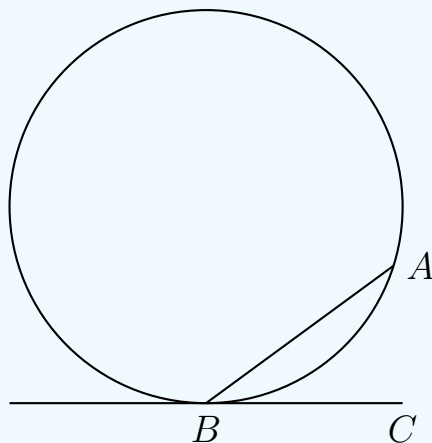
Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC угол C равен 90° , $BC = 14$, $AB = 20$. Найдите $\cos B$.



Ответ: _____.

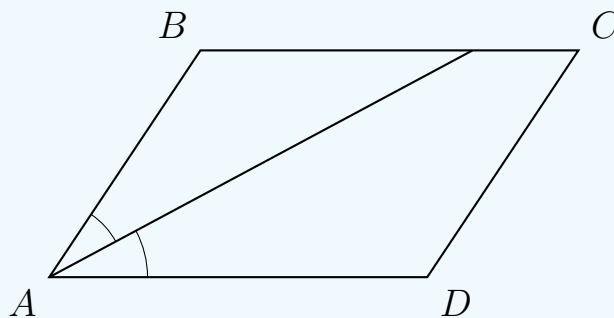
16 На окружности отмечены точки A и B так, что меньшая дуга AB равна 68° . Прямая BC касается окружности в точке B так, что угол ABC острый. Найдите угол ABC . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

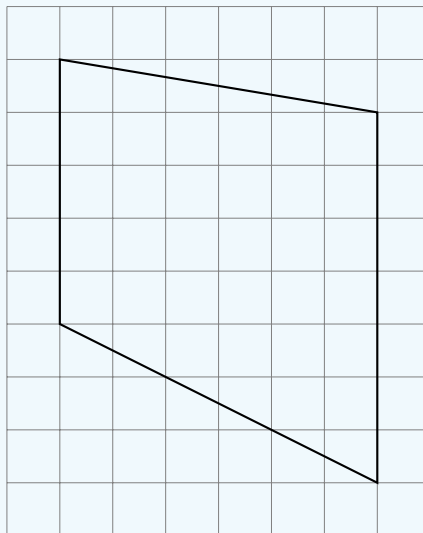
17

Найдите тупой угол параллелограмма $ABCD$, если биссектриса угла A образует со стороной BC угол, равный 38° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

19

Какое из следующих утверждений верно?

1. Смежные углы всегда равны.
2. Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
3. Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения. Ответ: _____.

20

Решите неравенство $81 - 18x + x^2 < \sqrt{2}(x - 9)$

21

Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 260 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

22

Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 1)(x - 2)}{2 - x}$.

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно. Найдите BN , если $MN = 16$, $AC = 20$, $NC = 15$.

24

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке S . Докажите, что треугольники BCS и DAS подобны.

25

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 10 и 26, а основание BC равно 1. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.