

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 447

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

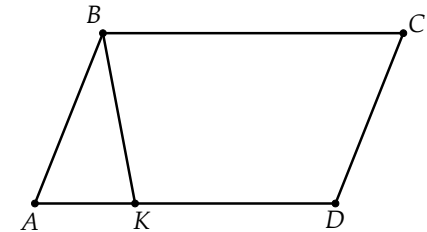
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В параллелограмме ABCD на стороне AD отмечена точка K так, что $AK : DK = 1 : 2$. Площадь треугольника ABK равна 34. Найдите площадь трапеции BCDK.

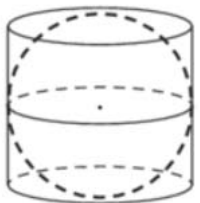


Ответ: _____.

2. На координатной плоскости заданы точки: A(-1;6), B(-4;-9), C(8;-10) и D(7;-27). Найдите длину вектора $3 \cdot \overrightarrow{AC} - 2 \cdot \overrightarrow{BD}$.

Ответ: _____.

3. Шар вписан в цилиндр. Объем цилиндра равен 60 дм^3 . Найдите объем шара. Ответ дайте в см^3 .



Ответ: _____.

4. Оля написала в блокноте трехзначное число, делящееся на 32. Коля должен угадать это число, написав шесть трехзначных чисел, делящихся на 32, а затем сравнил эти числа с числом, написанным Олей. Найдите вероятность того, что Коля угадает загаданное Олей число. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

5. На экзамене по предмету «математический анализ» вынесено 28 вопросов. Чтобы получить оценку «отлично», необходимо ответить на два вопроса, выбранных случайным образом. Найдите вероятность того, что студент не получит оценку отлично, если он выучил только 22 вопроса. Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $\log_{33}(3-x) - 1 = \log_{33} 11$.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $6\sqrt{3} \sin^2 \frac{5\pi}{12} - 3\sqrt{3}$.

Ответ: _____.

8. Прямая, проходящая через точку $A(-6;1)$, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $B(-2;-4)$. Найдите значение производной функции $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = -2$.

Ответ: _____.

9. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковые импульсы частотой 620 МГц. Скорость погружения батискафа (в м/с)

определяется по формуле $V = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0}$, где $c = 1500$ м/с - скорость звука в воде,

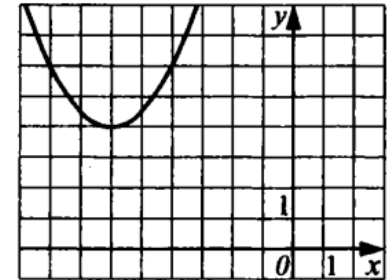
f_0 - частота испускаемых импульсов, f - частота отраженного от дна сигнала, регистрируемая приемником (в МГц). Определите наибольшую возможную частоту отраженного сигнала f , если скорость погружения батискафа не должна превышать 12 м/с. Ответ выразите в МГц.

Ответ: _____.

10. В банке было 3 литра молока 8% жирности. Через сутки из банки слили 0,5 литра выделившихся сливок, жирность которых составила 15%. Определите жирность молока, оставшегося в банке. Ответ выразите в процентах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{a}{2}x^2 + bx + c$, где числа a, b и c - целые. Найдите значение $f(-46)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 3ctgx + 4x - \frac{8\pi}{3} + \sqrt{3}$ на отрезке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\log_{\cos x}(3\sin^4 x + \cos 4x + 2) = 4 + \log_{\cos x} 3$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; 2\pi]$.

14. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $DD_1 = 24$, $AD = 8$ и $AB = 7,5$. На ребрах AA_1 и CD отмечены точки P и K соответственно, причем $DK = 5$, $A_1 P = 6$. Плоскость BKP пересекает ребро DD_1 в точке M .

А) Докажите, что точка M является серединой ребра DD_1 .

Б) Найдите расстояние от точки D до плоскости BKP .

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_{4-x}(x+5) \cdot \log_{x+1}(\log_2 10 - x)}{\sin x \cdot \log_x(2x)} \leq 0$$

16. Казимир Рудольфович решил вложить некоторую сумму денег в акции, которые можно продать по цене $40p$ тыс. рублей в конце каждого года ($p = 1, 2, 3, \dots$). Через несколько лет Казимир Рудольфович хочет продать свои акции и положить вырученные деньги в банк под 7% годовых (начисление процентов происходит в начале следующего года). В каком году Казимиру Рудольфовичу следует продать свои акции, чтобы через 18 лет у него была максимальная сумма?

17. Отрезок AA_1 – высота остроугольного треугольника ABC , H – точка пересечения его высот, M – середина стороны BC .

А) Докажите, что $AH \cdot AA_1 = AM^2 - BM^2$.

Б) Найдите длину отрезка AH , если $AB = 15$, $AC = 13$, $AM = 2\sqrt{37}$.

18. Найдите все ненулевые значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} |a|^y - \frac{5(y+5)}{a^4} = \frac{x^2 - 8x}{4a^4}, \\ \sqrt{2x+y} = 0,5x \end{cases}$$

имеет ровно три решения.

19. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (необязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую.

А) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литров. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнивать количество воды в бочках?

Б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнивать количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний?

В) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнивать количество воды в 26 бочках?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.