

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 446

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

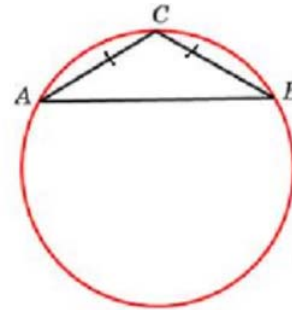
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 7, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.

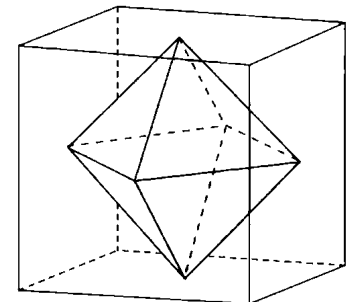


Ответ: _____.

2. Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны $2\sqrt{3}$ и 5, а угол между ними равен 150° . Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ответ: _____.

3. Вершины октаэдра единичного объема являются центрами граней куба. Найдите объем куба.



Ответ: _____.

4. Выходя на прогулку, Петя каждый раз заходит за каждым из двух своих друзей. Вася присоединяется к прогулке с вероятностью 0,72, а Коля -- с вероятностью 0,67. В итоге с вероятностью 0,49 Петя гуляет только с одним из друзей. Снова Петя зашёл за Васей и они уже вдвоём идут за Колей. Какова вероятность того, что в этот раз они будут гулять троём?

Ответ: _____.

5. Две фабрики выпускают одинаковые стёкла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 30% этих стёкол, вторая 70%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стёкол, а вторая 1%. Оказалось, что купленное в магазине случайное стекло - бракованное. Найдите вероятность того, что это стекло выпущено первой фабрикой.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение: $-\log_2(2x - 2) = 1 + \log_{0,5}(x^2 + x - 8)$

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sin x \cdot \sin 2x + \cos\left(x - \frac{61\pi}{2}\right)}{\cos 2x \cdot \cos x - \cos x}$, если $\operatorname{tg} x = 2$.

Ответ: _____.

8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^4 - 12t^3 + 54t^2 - 108t + 50$, (где x - расстояние от точки отсчёта в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени её скорость будет равна 32 м/с? Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

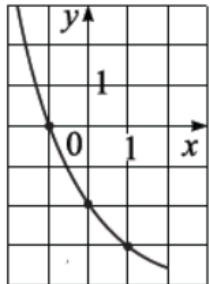
9. Некоторое предприятие производит в месяц q единиц продукции. Затраты на производство одной единицы продукции (в рублях) зависят от объёма производства по формуле $z = z_0 \cdot \left(1 + \frac{1}{q}\right)$, где $z_0 = 300$. Общие затраты предприятия (в рублях) вычисляются по формуле $r = zq$. Определите наибольшее количество единиц продукции в месяц, при котором общие затраты предприятия не превышают 450 300 рублей.

Ответ: _____.

10. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего в том же направлении параллельно путям по платформе со скоростью 3 км/ч, за 18 секунды. Найдите длину поезда в метрах.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^{x+b} + c$. Найдите значение $f(-5)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 - 3x + 9}{x - 3}$ на отрезке $[-2; 1]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $750^{\cos 3x} + 6 \cdot 125^{\frac{1}{3} + \cos 3x} = 5^{5 \cos 3x} + 30^{1 + \cos 3x}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{4}; -\frac{3\pi}{4}\right]$

14. В правильную треугольную пирамиду с боковым ребром 4 и стороной основания $2\sqrt{3}$ вписан шар. Плоскость α перпендикулярна высоте пирамиды и проходит через её середину.

- А) Докажите, что плоскость α и шар не имеют общих точек.
Б) Найдите расстояние от центра шара до плоскости α .

15. Решите неравенство: $9x^2 - 3x + (x^2 + 4x) \cdot \log_3 x \geq 12 + x^3 \cdot \log_3 x^3$

16. В начале года у Ивана есть 90 тысяч рублей, которые он может положить целиком либо на банковский, либо на инвестиционный счёт. Сумма на инвестиционном счёте на конец любого года вычисляется по формуле $S = 1,1 \cdot S_0 - 2000$, где S_0 — сумма на инвестиционном счёте на начало года в рублях. На банковском счёте сумма увеличивается за год на 8%. В начале любого года Иван может переложить всю сумму с одного счёта на другой. Какая наибольшая сумма может быть у Ивана через четыре года? Ответ дайте в рублях.

17. Окружность, вписанная в трапецию ABCD, касается ее боковых сторон AB и CD в точках M и N соответственно. Известно, что $AM = 6MB$ и $2DN = 3CN$.

А) Докажите, что $AD = 3BC$

Б) Найдите длину отрезка MN, если радиус окружности равен $\sqrt{105}$

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых неравенство

$$\frac{x^2 + 2x + 3 - a}{\cos \pi x + a} \leq 0$$

не выполняется ни при каких действительных значениях x .

19. Три двузначных натуральных числа x_1, x_2, x_3 образуют арифметическую прогрессию. При этом если в каждом из них поменять местами цифры десятков и единиц, то получатся числа y_1, y_2, y_3 , которые также образуют арифметическую прогрессию.

- А) Приведите пример такой прогрессии.
Б) Чему равна наибольшая разность такой прогрессии?
В) Сколько существует таких прогрессий?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.