

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 445

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

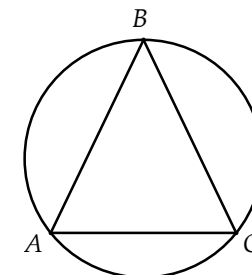
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 39, основание равно 72. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

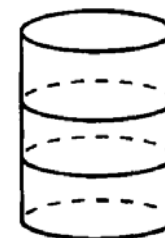


Ответ: _____.

2. Найдите расстояние между серединами отрезков AB и CD, если A(-2;3), B(4;1), C(11;7) и D(7;9).

Ответ: _____.

3. В цилиндрический сосуд, в котором находится 7 дм³ воды, опустили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали. Ответ дайте в дм³.



Ответ: _____.

4. Егор Никифорович выбирает наугад номер телефона. Найдите вероятность того, что среди трех последних цифр хотя бы две одинаковые.

Ответ: _____.

5. Турнир по настольному теннису проводится по олимпийской системе в несколько туров: если в туре участвует четное число игроков, то они разбиваются на случайные игровые пары. Если число игроков нечетное, то с помощью жребия выбираются случайные игровые пары, а один игрок остается без пары и не участвует в туре. Проигравший в каждой паре игрок (ничья невозможна) выбывает из турнира, а победители и игрок без пары, если он есть, выходят в следующий тур, который проводится по таким же правилам. Так продолжается до тех пор, пока не останутся два игрока, играющих между собой финальный тур, который выявляет победителя турнира. Всего в турнире 16 участников, все они играют одинаково хорошо, поэтому в каждой встрече вероятность выигрыша и поражения у каждого игрока равна 0,5. Среди игроков два друга – Леонид и Василий. Какова вероятность того, что в каком-то туре им придется сыграть друг с другом?

Ответ: _____.

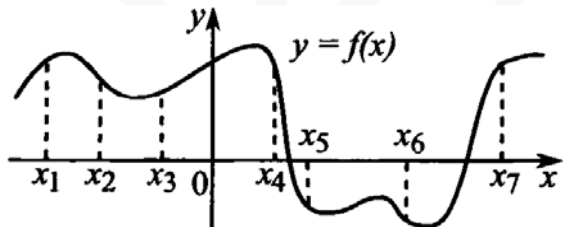
6. Решите уравнение $\sin \frac{\pi(x+9)}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. В ответе укажите наибольший отрицательный корень.

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{0,32} \cdot \sqrt{0,48}}{\sqrt{0,24}}$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график дифференцируемой функции $y = f(x)$ и отмечены семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек производная функции $y = f(x)$ отрицательна.



Ответ: _____.

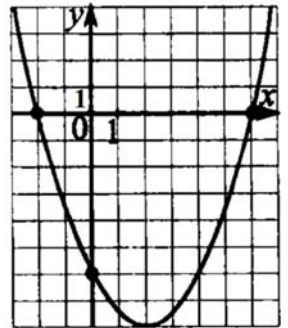
9. Два тела, массой 4 кг каждое, движутся с одинаковой скоростью $V = 9$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в Дж), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, вычисляется по формуле $Q = mV^2 \sin^2 \alpha$, где m — масса одного тела (в кг), V — скорость (в м/с). Найдите, под каким углом 2α должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилась энергия, равная 162 Дж. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

10. Два велосипедиста одновременно отправились в 195-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 2 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым. Ответ дайте в км/ч.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(12)$.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 18 \cos x + 9\sqrt{3}x - 3\sqrt{3}\pi + 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) - \sin(3x - \pi) = \sin x$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$.

14. На отрезке O_1O_2 , соединяющем центры оснований кругового цилиндра, отмечены точки Р и F так, что $O_1P : PF : FO_2 = 1 : 4 : 7$. В цилиндре расположены два конуса: первый с вершиной F, основанием которого является круг основания с центром O_1 , второй – с вершиной Р, основанием которого является круг основания с центром O_2 .

А) Докажите, что боковые поверхности этих конусов пересекаются по окружности, радиус которой в 4 раза меньше радиуса основания цилиндра.

Б) Найдите объем общей части этих конусов, если высота цилиндра равна 10, а радиус основания цилиндра равен 3.

15. Решите неравенство:

$$2 \log_7 \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) - \log_7 \frac{x}{3-x} \leq \log_7 \left(7x^2 + \frac{1}{2x} - 2,5 \right)$$

16. У инвестора есть 50 млн рублей. Часть денег он планирует вложить в проект.

Если он вложит в проект $\frac{5x^2}{144}$ млн рублей, то по завершении проекта он получит x

млн рублей. Невложенные в проект деньги инвестор планирует разместить на банковском счете. По завершении проекта инвестор получит из банка сумму, увеличенную на 20%. Инвестор собирается распределить деньги так, чтобы общая сумма полученных им денег от вложения в проект и размещения в банке оказалась наибольшей. Прибыль от проекта – это разность между полученной от проекта и вложенной в проект суммами денег. Найдите сколько процентов составит прибыль от проекта от вложенной в него суммы денег.

17. В окружности с центром О построен правильный шестиугольник KOFPL так, что его вершина D лежит на окружности. Из точки В, диаметрально противоположной точке D, проведены две хорды АВ и ВС, проходящие через вершины К и F шестиугольника соответственно.

А) Докажите, что $AK : KB = 3 : 7$.

Б) Найдите площадь треугольника ABC, если радиус окружности равен 14.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x + 2y - a - 6)(y^2 + (x - 4)^2 - a^2) = 0, \\ (x + 2y - a - 6)\sqrt{6y - y^2 - x^2} = 0 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. На доске написано 2021-значное число. Каждое двузначное число, образованное соседними цифрами этого числа, идущими в той же последовательности, делится на 17 или 28.

А) Может ли последняя цифра равняться 3?

Б) Может ли число быть составлено только из нечетных цифр?

В) Чему может быть равна первая цифра, если последняя цифра равна 7? Укажите все возможные варианты.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.