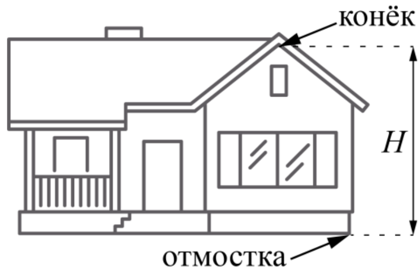
Ответы
9 класс

9.1. С конька на отмостку. (Юдин И.С.) Однажды в осеннюю дождливую пору, теоретик Баг лежал на кушетке своей дачи и заметил, что капли падающие с конька крыши пролетают окно высотой 1,600 метра за 0,1600 секунды. Зная, что высота подоконника над поверхностью отмостки 1,368 метра, определите:



a. с какой скоростью υ капли падают на отмостку;
b. высоту конька над отмосткой H.

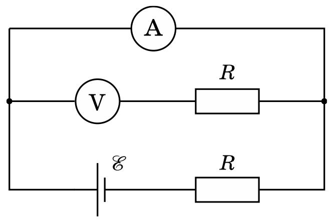
Баг считает, что ускорение свободного падения равно 10 $\text{м}/\text{с}^2$.

Возможное решение:
Капля летит равноускоренно, без начальной скорости. Средняя скорость пролёта окна $v_{\text{ср}} = h/\tau = 10$ м/с.
И это же скорость, которой обладала капля в середине времени пролёта окна. Это следует из линейной зависимости скорости от времени.
Скорость у подоконника
$v_{\text{п}} = v_{\text{ср}} + \tau g/2 = 10.8 \text{ м/с}$
Скорость падения на отмостку найдём через ЗСЭ:
$\upsilon = \sqrt{v_{\text{п}}^2 + 2gh_{\text{п}}} = 12 \text{ м/с}.$
Применяем ЗСЭ ещё раз, теперь для всего времени движения:
$H = \frac{v_{\text{к}}^2}{2g} = 7.2 \text{ м}.$
Вариантов решения тут может быть много: авторский, через график зависимости скорости от времени с анализом площадей под графиком, через уравнения движения $h(t)$. В любом случае понадобятся 3 уравнения использующие 3 разных высоты - H, h, $h_{\text{п}}$.
Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Уравнение связывающее высоту окна и время его пролёта каплей	2
2	Уравнение связывающее высоту подоконника и конечную скорость	2
3	Уравнение связывающее высоту конька и конечную скорость	2
4	Правильно найдена конечная скорость (формула)	1
5	Правильно найдена конечная скорость (число)	1
6	Правильно найдена высота конька (формула)	1
7	Правильно найдена высота конька (число)	1
	max	**10,0**

Примечание для жюри
Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Численный ответ без единиц измерения не оценивается.

9.2. Разные показания.(Зайцев Р.В.) На рисунке показана схема с двумя одинаковыми резисторами сопротивлением R каждый, идеальным источником с напряжением $\mathcal{E}$, идеальным амперметром и идеальным вольтметром.



a. Определите показания идеальных приборов.

b. Если амперметр неидеален и имеет сопротивление R, то чему равно его показание?

c. Если амперметр неидеален и имеет сопротивление R, то чему равно показание вольтметра?

d. Если амперметр и вольтметр неидеальные и имеют сопротивления R каждый, то чему равно показание вольтметра?

e. Если амперметр и вольтметр неидеальные и имеют сопротивления R каждый, то чему равно показание амперметра?

Возможное решение:

1) Через идеальный вольтметр ток не течёт. В этой цепи ток протекает от плюса источника через амперметр и нижний резистор на минус источника. Т.к. сопротивления идеальных амперметра и источника равны нулю, то согласно закону Ома сила тока равна:

$$I = \frac{\xi}{R}.$$

Вольтметр показывает напряжение на амперметре.

$$U = IR = I \cdot 0 = 0.$$

2) Если амперметр неидеален, то:

$$I = \frac{\xi}{R + R_A} = \frac{\xi}{2R}.$$

3) Тогда напряжение на амперметре:

$$U = IR = \frac{\xi}{2}.$$

4) Теперь у нас сопротивление всех нагрузок равно R. Вольтметр в цепи стоит последовательно резистору. Этот участок стоит параллельно амперметру. Последовательно параллельному участку подключён резистор. Тогда общее сопротивление схемы:

$$R_O = \frac{(R_V + R)R_A}{(R_V + R) + R_A} + R = \frac{2RR}{3R} + R = \frac{5}{3}R.$$

Сила тока через источник:

$$I = \frac{3\xi}{5R}.$$

Напряжение на параллельном участке:

$$U = \frac{3\xi}{5R} \cdot \frac{2R}{3} = \frac{2}{5}\xi.$$

Тогда сила тока в амперметре:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{2\xi}{5R}.$$

5) Сила тока в цепи с вольтметром:

$$I = \frac{U}{2R} = \frac{\xi}{5R}.$$

Тогда напряжение на вольтметре:

$$U = \frac{\xi}{5R}R = \frac{1}{5}\xi.$$

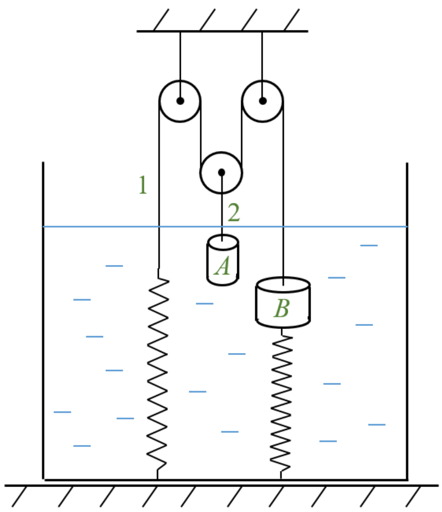
Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Правильные показания амперметра в вопросе *a*	1
2	Правильные показания вольтметра в вопросе *a*	1
3	Правильные показания амперметра в вопросе *b*	1
4	Правильные показания вольтметра в вопросе *c*	1
5	Найдено общее сопротивление цепи с неидеальными приборами	1
6	Найдена сила тока через источник	1
7	Найдено напряжение на параллельном участке	1
8	Правильные показания амперметра в вопросе *d*	1
9	Правильно найдена сила тока в цепи с вольтметром	1
10	Правильные показания вольтметра в вопросе *e*	1
	max	**10,0**

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Если п. 8 и 10 обоснованно выполнены, то предыдущие пункты 5-7 и 9 засчитываются, даже если они не выполнены в явном виде.

9.3. В аквариуме. (Киреев А.А.) Система, изображённая на рисунке, состоит из двух неподвижных и одного подвижного лёгких блоков, двух лёгких тонких нерастяжимых нитей 1 и 2, двух лёгких пружин одинаковой жёсткостью, прикреплённых одним концом ко дну аквариума, и двух массивных цилиндров A и B одинаковой плотностью и высотой, погружённых в жидкость. В цилиндрах нет полостей, масса цилиндра B в три раза больше массы цилиндра A. Система находится в состоянии равновесия, а абсолютное удлинение левой пружины равно x_1. Определите:



a. отношение сил натяжения нитей 1 и 2 $\alpha = T_1/T_2$;

b. сжатие или удлинение правой пружины $|x_2|$.

Цилиндры A и B перевешивают, меняя их местами. В новом положении равновесия системы определите:

c. отношение сил натяжения нитей 1 и 2 $\alpha' = T_1'/T_2'$;

d. абсолютное удлинение левой пружины x_1';

e. сжата или растянута правая пружина;

f. абсолютное удлинение правой пружины x_2';

g. на какое расстояние l сместилась ось подвижного блока после перевешивания цилиндров.

Известно, что до и после перевешивания грузов нити и пружины вертикальны, цилиндры целиком погружены в жидкость. Трением в системе можно пренебречь.

Возможное решение.
Введём обозначения: ρ – плотность тел, ρ_0 – плотность жидкости, m и $3m$ – массы цилиндров A и B соответственно; g – ускорение свободного падения, k – коэффициент жёсткости пружин. Откуда $V_{\text{А}} = \frac{m}{\rho}$ и $V_{\text{В}} = \frac{3m}{\rho}$ – объёмы цилиндров A и B соответственно, а значит $F_{\text{А}} = \rho_0 g \frac{m}{\rho}$ и $F_{\text{В}} = \rho_0 g \frac{3m}{\rho} = 3F_{\text{А}}$ – силы Архимеда, действующие на них.
До перевешивания грузов.
Из условия равновесия подвижного лёгкого блока $T_2 = 2T_1$, значит $\alpha = \frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{2}$.
Из закона Гука $T_1 = kx_1$.
Запишем условия равновесия грузов A и B соответственно:
$T_2 + F_{\text{А}} = mg;$ (1)
$T_1 + F_{\text{В}} = 3mg + kx_2,$ (2)
где x_2 – удлинение второй пружины.
Из соотношений (1), (2) и $T_2 = 2T_1 = 2kx_1$; $F_{\text{В}} = 3F_{\text{А}}$ получаем $x_2 = -5x_1 < 0$. Значит, правая пружина сжата и $|x_2| = 5x_1$.
После перевешивания грузов.

Из условия равновесия подвижного лёгкого блока $T_2' = 2T_1'$, значит $\alpha' = \frac{T_1'}{T_2'} = \frac{1}{2}$.
Из закона Гука $T_1' = kx_1'$.
Запишем условия равновесия грузов B и A соответственно:
$T_2' + F_{\text{В}} = 3mg;$ (3)
$T_1' + F_{\text{А}} = mg + kx_2',$ (4)
где x_2' – удлинение второй пружины.
Из соотношений (1), (3), $T_2' = 2T_1' = 2kx_1'$, $T_2 = 2T_1 = 2kx_1$ и $F_{\text{В}} = 3F_{\text{А}}$ получаем $x_1' = 3x_1$.
Из соотношений (3), (4), $T_2' = 2T_1' = 2kx_1'$, $F_{\text{В}} = 3F_{\text{А}}$ и $x_1' = 3x_1$ находим $x_2' = x_1$. Значит, правая пружина растянута.
Левая пружина увеличила свою деформацию на $2x_1$, правая пружина увеличила свою деформацию на $6x_1$, а значит из условия нерастяжимости нити 1 приходим к выводу, что ось подвижного блока опустилась на $l = \frac{2x_1 + 6x_1}{2} = 4x_1$.

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
	Хотя бы раз правильно использована формула для силы Архимеда	0,5
	Хотя бы раз правильно использована формула для силы упругости	0,5
	Хотя бы раз правильно записано условие равновесия	0,5
	Обоснованный ответ на вопрос *а*	1

	Обоснованный ответ на вопрос b	1,5
	Обоснованный ответ на вопрос c	1
	Обоснованный ответ на вопрос d	1,5
	Обоснованный ответ на вопрос e	0,5
	Обоснованный ответ на вопрос f	1,5
	Обоснованный ответ на вопрос g	1,5
	max	**10,0**

Примечание для жюри
Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Под обоснованным подразумевается ответ полученный из правильно записанных условий равновесия тел.

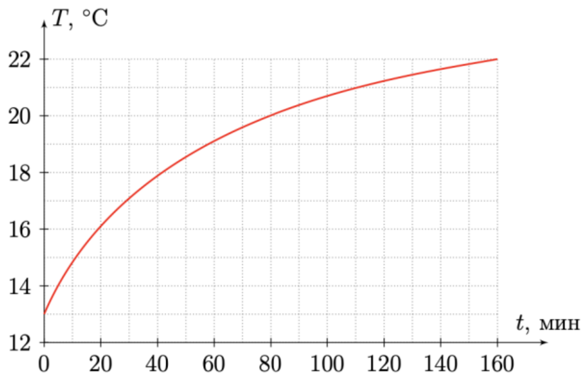
9.4. Кубик ~~ЛФИ. (Клеников М.С.)~~ Согласно закону Ньютона-Рихмана, мощность P теплообмена между двумя телами пропорциональна площади S контактируемой поверхности и разности температур между телами:

$$P = \alpha S(T - T_0),$$

где α — некоторый размерный коэффициент.

a. Запишите единицы измерения коэффициента α в СИ.

В большом помещении с постоянной комнатной температурой T_0 на теплоизолированную поверхность поставили металлический куб со стороной b и исследовали зависимость его температуры от времени. Результаты представлены на рисунке 1.



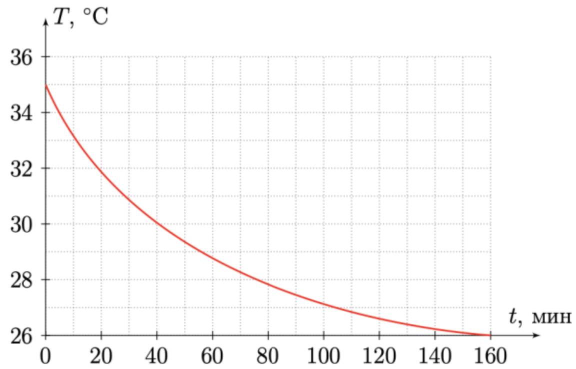


Рисунок 1 Рисунок 2

Опыт повторили, только теперь начальная температура куба была другой (см. рисунок 2). Оказалось, что графики двух зависимостей являются зеркальным отражением друг друга.

b. Чему равно значение комнатной температуры T_0?

В пунктах c - e будем считать, что мощность теплопотерь куба оставалась такой же, как и начальная мощность в реальном эксперименте.

c. Оцените время τ остывания куба во втором эксперименте до комнатной температуры в такой модели.

d. Считая удельную теплоемкость c и плотность ρ материала куба известными, оцените значение коэффициента α.

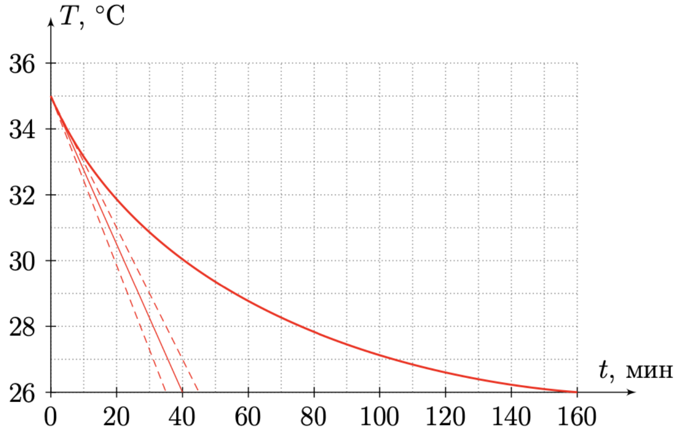
e. Повторим второй эксперимент, только в этот раз кубик подвесим на теплонепроводящей нити вдали от других тел в том же помещении. Каким будет теперь время остывания τ_1.

Возможное решение

1. Выразим коэффициент α из закона

$$\alpha = \frac{P}{S(T - T_0)}, \qquad [\alpha] = \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot {}^\circ\text{C}} = \frac{\text{кг}}{\text{с}^3 \cdot {}^\circ\text{C}}.$$

2. В силу симметрии графиков можно утверждать, что оба раза начальная разность температур была одинаковой по модулю и температура куба асимптотически приближалась к комнатной температуре, в данном случае получается, что к среднему значению начальных температур:
$$T_0 = \frac{13\ ℃ + 35\ ℃}{2} = 24\ ℃.$$
3. Проведем касательную к графику в начальной точке:



При таком гипотетическом остывании для любого промежутка времени можно записать:
$$cm\Delta T = -\alpha S(T_1 - T_0)\Delta t.$$
Знак минус показывает, что $\Delta T < 0$. Заметим, что отношение $\Delta T/\Delta t$ — коэффициент наклона графика k, значит
$$cm(T_0 - T_1) = -\alpha S(T_1 - T_0)\tau.$$
Разделив последние два выражения, получим
$$\tau = -\frac{T_1 - T_0}{k} \approx 49\text{ мин}.$$
Учитывая погрешность построения касательной, допустимы следующие результаты $\tau \in [43; 55]$ мин.

4. Вновь запишем
$$cm(T_0 - T_1) = -\alpha S(T_1 - T_0)\tau,$$
$$c\rho b^3 = \alpha 5b^2\tau,$$
$$\alpha = \frac{c\rho b}{5\tau}.$$
Обратим внимание, что площадь поверхности S кубика, которая контактировала с окружающим воздухом равна сумме площадей 5 его граней, так как он стоит на теплоизолированной поверхности.

5. Воспользуемся последним результатом, только учтем, что теперь кубик охлаждается через все 6 своих граней, а значит
$$\tau' = \frac{5}{6}\tau \approx 41\text{ мин или } \tau' \in [35; 46]\text{ мин}.$$

Критерии оценивания

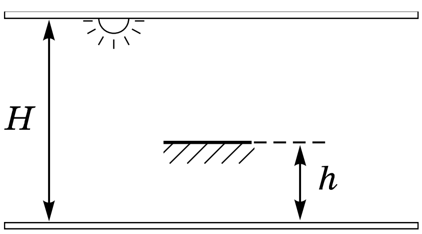
№	Критерий	Балл
1	Получены единицы измерения в любых правильных вариантах	1,0
2	Получено значение T_0, опираясь на рассуждения о симметрии либо аналитически, либо используя построение обоих графиков на одной системе координат	1,5

3	Получен коэффициент наклона или в решении используется пропорция отношений $\Delta T/\Delta t$ для видимой части графика и для полного остывания	1,0
4	Использовано выражение $Q = cm\Delta T$	0,5
5	Получено выражение для τ	1,0
6	Численный ответ, попадающий в диапазон значений $[43; 55]$ мин	0,5
7	Использовано выражение $m = \rho b^3$	0,5
8	Использовано выражение $S = 5b^2$	1,0
9	Получено уравнение $\alpha = \frac{c\rho b}{5\tau}$	1,0
10	Записан численный ответ $\alpha \in [2{,}4; 3{,}1]\ \frac{\text{кг}}{\text{с}^3\cdot{}^\circ\text{C}}$	0,5
11	Аргументированно показано, что мощность теплоотдачи увеличится в 1.2 раза или время τ уменьшится в 5/6 раз.	1,0
12	Записан ответ $\tau' \in [35; 46]$ мин	0,5
	max	**10,0**

Примечание для жюри

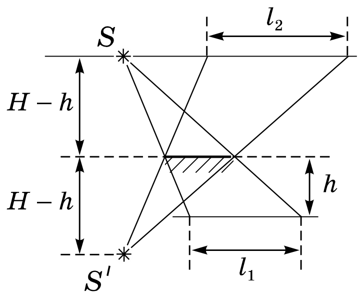
Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Если комнатная температура T_0 определена неверно, но дальнейшие рассуждения в аналитическом виде верные, то они оцениваются в соответствии с таблицей. Численные же значения для времени τ, коэффициента α и времени τ' (пункты 6, 10, 12) в таком случае не могут быть оценены (даже при случайном совпадении).

9.5. Г. Оптика. (Вергунов А.Ю.) В комнате высотой H на потолке висит лампа. Плоское круглое зеркало расположено параллельно полу на некоторой высоте (см. рисунок). Расстояние между двумя наиболее удаленными точками тени от зеркала в два раза больше, чем максимальное расстояние между двумя точками «зайчика» на потолке. Найдите на каком расстоянии h от пола расположено зеркало. Лампу считайте точечным источником света.



Возможное решение.

Выполним необходимые геометрические построения для нахождения границ тени и «зайчика». Лампу заменим точечным источником S, тогда S' – его изображение в зеркале. Пусть d – диаметр зеркала, l_1 – расстояние между двумя наиболее удаленными точками тени от зеркала, l_2 – максимальное расстояние между двумя точками «зайчика» на потолке. Из подобия треугольников получаем:



$$\frac{l_2}{2(H-h)} = \frac{d}{H-h};$$

$$\frac{l_1}{H} = \frac{d}{H - h}.$$

Разделим уравнения друг на друга и учтем, что по условию $l_1 = 2l_2$:

$$\frac{H}{H - h} = 4;$$

$$h = 0{,}75H$$

Критерии оценивания

№	Критерии оценивания (10 баллов)	Баллы
1	Правильные геометрические построения, для определения границ тени	1,5
2	Правильные геометрические построения, для определения границ «зайчика»	1,5
3	Записаны верные соотношения, полученные из подобия треугольников с вершиной S' (или верные аналогичные выражения)	3,0
4	Записаны верные соотношения, полученные из подобия треугольников с вершиной S (или верные аналогичные выражения)	3,0
5	Решение системы уравнений и численно верный ответ для h	1,0

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.