11.1.Дырявый барометр. (Кармазин С.В.) Закрытая с одного конца трубка ртутного барометра имеет площадь внутреннего сечения S = 1 см^2 и выступает над поверхностью ртути на L = 1м. Уровень ртути в трубке установился выше уровня ртути в открытой части барометра на h = 750 мм, а остальная часть трубки пуста. Температура в лаборатории T = $27°C$. В результате случайного удара по трубке (выше уровня ртути) в ней образовалась микротрещина, через которую начал поступать воздух со скоростью μ = 10^{16} молекул в секунду. С какой скоростью υ начал опускаться уровень ртути в трубке сразу после удара? Плотность ртути $\rho = 13600\ \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, постоянная Больцмана k = 1,38 $\cdot 10^{-23}\ \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$, ускорение свободного падения $g = 10\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}$.

Возможное решение:

В исправном барометре

$$P_0 = \rho g h \qquad (1)$$

где P_0 – атмосферное давление. За малое время Δt после удара в пространство над ртутью поступило $N = n\Delta t$ молекул воздуха, в результате чего в этом пространстве возникло давление P_1, а уровень ртути опустился на малую величину Δh<<(L-h)

$$P_0 = P_1 + \rho g(h - \Delta h) \qquad (2)$$

Вычитаем (1) из (2)

$$P_1 = \rho g \Delta h \qquad (3)$$

Согласно уравнению Менделеева-Клапейрона $P_1 V = NkT = \mu\Delta t kT$,
где $V = S(L-h)$ объем пространства над ртутью (увеличением объема вследствие опускания уровня ртути пренебрегаем из-за малости Δh). Окончательно, $\rho g \Delta h = \frac{n\Delta tkT}{S(L-h)}$.
Искомая скорость

$$\boldsymbol{\nu} = \frac{\boldsymbol{\Delta h}}{\boldsymbol{\Delta t}} = \frac{\boldsymbol{nkT}}{\boldsymbol{S(L-h)\rho g}}$$

Подстановка численных значений приводит к результату $\nu = 0{,}012\ \frac{\text{мм}}{\text{с}}$.

Критерии оценивания

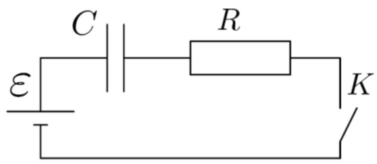
№	**Критерий**	**Балл**
1	Атмосферное давление связано с высотой начального столба	1
2	Изменение давления в трубке связано с изменением высоты столба	1
3	Использовано уравнение Менделеева-Клапейрона	2
4	Получена зависимость количества молекул воздуха в трубке от времени	1
5	Использована формула для объёма пространства над ртутью	1
6	Получен ответ в виде формулы	3

7	Получен численный ответ	1
	max	**10,0**

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом.
Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.
Численный ответ без единиц измерения не оценивается.

11.2.Заряженный конденсатор. (Кутелев К.А.) В цепи, схема которой изображена на рисунке, известна ЭДС $\mathscr{E}$ идеальной батареи, ёмкость конденсатора C, обе пластины которого имеют начальный положительный заряд q_0 ($q_0 < \mathscr{E}C$), и сопротивление резистора R.
В начальный момент ключ K разомкнут. Затем его замыкают. Определите:

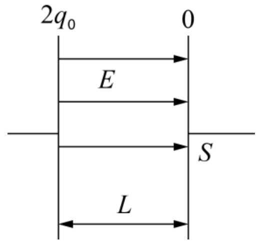


a. силу тока I_0 в цепи сразу после замыкания ключа K;
b. силу тока I_1, идущего через источник в момент, когда пластины конденсатора начнут притягиваться друг к другу.

Возможное решение.
В начальный момент времени заряды на пластинах конденсатора одинаковые, значит они создают внутри одинаковые по модулю, но противоположные по направлению напряжённости. Значит результирующая напряжённость равна 0 и разность потенциалов (напряжение) между обкладками равна нулю.

Закон Кирхгофа запишется в виде $\varepsilon - I_0 R = 0$, откуда $I_0 = \dfrac{\varepsilon}{R}$

Пластины начнут притягиваться, когда заряд одной из них станет равным 0 (то есть изменится на q_0). Заряд второй половины увеличится тоже на q_0, и станет равным $2q_0$.



Рассмотрим напряжённость внутри конденсатора. Её создаёт только обкладка с зарядом $2q_0$. Напряжённость равна $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{2q_0}{2S\varepsilon_0}$

С другой стороны, $E = \dfrac{U}{L}$.

Значит $U = EL = \dfrac{q_0 L}{\varepsilon_0 S} = \dfrac{q_0}{C}$

Закон Кирхгофа запишется в виде $\varepsilon - U - I_1 R = 0$, откуда $I_1 = \dfrac{\varepsilon - U}{R} = \dfrac{\varepsilon - \dfrac{q_0}{C}}{R}$

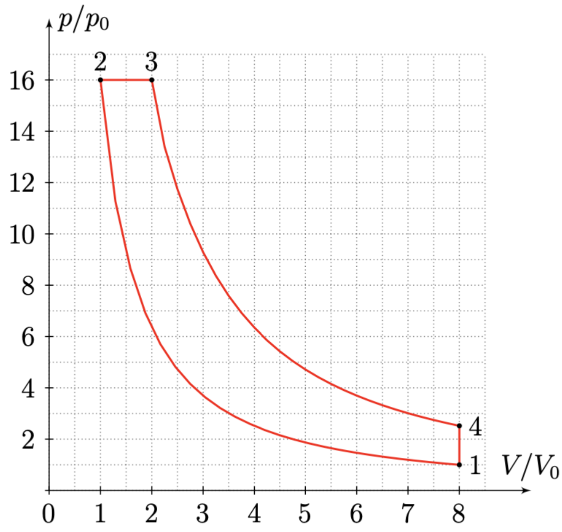
Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Получено начальное напряжение на конденсаторе (0)	2
2	Найден начальная сила тока	1
3	Указано условие начала притягивания пластин	1
4	Найдены заряды на обкладках в момент начала притяжения	2
5	Найдено напряжение на конденсаторе в момент начала притяжения	3
6	Найдена сила тока в момент начала притяжения	1
	max	**10,0**

Примечание для жюри
Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом.
Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.

11.3. **Дизель. (Клепиков М.С.)** Идеальный цикл, который предложил ~~Вин~~ Рудольф Дизель, состоит из четырёх процессов:

- 1-2 адиабатное сжатие рабочего тела;
- 2-3 изобарный подвод теплоты к рабочему телу;
- 3-4 адиабатное расширение рабочего тела;
- 4-1 изохорное охлаждение рабочего тела.



Под «рабочим телом» для упрощения будем понимать идеальный газ. Используя относительные величины давления и объёма (p_0 и V_0 считать известными) на графике и, приняв количество вещества рабочего тела за ν, ответьте на следующие вопросы:

a. Какова минимальная температура T_{min} газа за весь цикл?

b. Чему равна работа газа A за цикл? Давление в точке 4 считайте известным и равным $p_4 = 2{,}5p_0$. Здесь и в следующем пункте считайте число i степеней свободы газа известным.

c. Найдите КПД η такого цикла.

Для описания зависимости давления газа от его объёма на адиабатных участках графика можно использовать уравнение Пуассона:

$$pV^\gamma = \text{const},$$

где $\gamma = \frac{c_p}{c_V}$ — показатель адиабаты (c_p, c_V — молярные теплоёмкости газа при постоянном давлении и при постоянном объёме соответственно).

d. Теперь, считая i неизвестным, найдите численное значение γ.

e. Чему равно i?

Возможное решение

1. Поскольку в процессе сжатия 1-2 температура газа растет, значит начальная точка 1 как раз соответствует минимальной температуре, значит из уравнения состояния идеального газа получим

$$T_{min} = \frac{8p_0V_0}{\nu R}.$$

Остальные участки графика соответствуют более высоким значениям произведений координат, что пропорционально температуре газа.

2. Исходя из первого начала термодинамики, работа газа за цикл

$$A = A_{12} + A_{23} + A_{34} + A_{41} = -\Delta U_{12} + p_3(V_3 - V_2) - \Delta U_{34} + 0.$$

Изменения внутренней энергии на других участках:

$$\Delta U_{12} = -\frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1) = -\frac{i}{2}(p_2V_2 - p_1V_1) = -4ip_0V_0.$$

$$\Delta U_{34} = -\frac{i}{2}\nu R(T_4 - T_3) = -\frac{i}{2}(p_4V_4 - p_3V_3) = 6ip_0V_0.$$

В итоге

$$A = (16 + 2i)p_0V_0.$$

3. Для КПД цикла осталось найти подведенное за цикл количество теплоты от нагревателя. Поскольку на адиабатных участках, по определению, теплообмен отсутствует, значит газ получал тепло только в изобарном процессе 2-3, значит

$$Q = Q_{23} = c_p\nu(T_3 - T_2) = \left(\frac{i}{2} + 1\right)R\nu(T_3 - T_2) = \left(\frac{i}{2} + 1\right)16p_0V_0.$$

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{(16 + 2i)p_0V_0}{\left(\frac{i}{2} + 1\right)16p_0V_0} = \frac{8 + i}{8 + 4i}.$$

4. Применим уравнение Пуассона для процесса 1-2:

$$p_1V_1^{\gamma} = p_2V_2^{\gamma},$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma}, \text{откуда } \gamma = \log_{\frac{V_2}{V_1}}\frac{p_1}{p_2} = \log_{\frac{1}{8}}\frac{1}{16} = \frac{4}{3}.$$

5. Воспользуемся известными значениями $c_p = c_V + R$, где $c_V = \frac{i}{2}R$ и получим

$$\gamma = \frac{i+2}{i}, \text{откуда } i = \frac{2}{\gamma - 1} = 6.$$

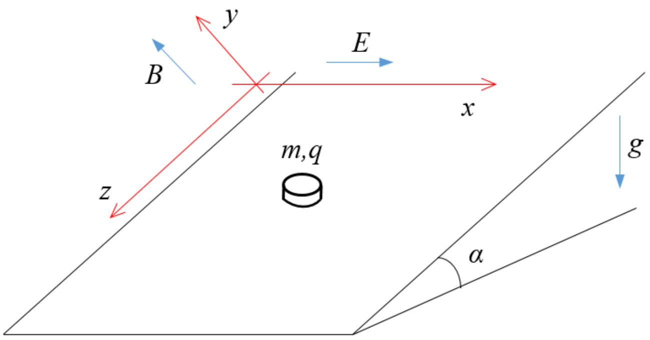
Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Аргументированное нахождение T_{min}	1
2	Использовано первое начало термодинамики для 4 процессов (возможно без доказательства сразу написаны работы газа на участках) по 0,5 балла за каждое правильное значение работы	2
3	Найдена работа газа за цикл	0,5
4	Формула для КПД	1
5	Найдено количество теплоты, подведенное от нагревателя	1
6	Найдено КПД	0,5
7	Применение уравнения Пуассона для любого из адиабатных процессов	1
8	Получено значение показателя адиабаты	1
9	Выведено или использовано готовое выражение для показателя адиабаты через число степеней свободы	1
10	Получен ответ для i. Если для расчетов был использован процесс 3-4, то ответ может незначительно отличаться	1

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Численный ответ без единиц измерения не оценивается.

11.4.По наклонной. (Киреев А.А.) На протяжённой наклонной плоскости с углом наклона α удерживают небольшой диск массой m и с зарядом q (q > 0). Коэффициент трения между диском и наклонной плоскостью μ. Напряженность E однородного электрического поля направлена по параллельной плоскости горизонтальной оси 0x, индукция B однородного магнитного поля направлена по оси 0y, перпендикулярной наклонной плоскости (см. рисунок). Диск отпускают. В момент сразу после того как диск отпустили, определите:



a. силу нормальной реакции опоры N;
b. угол β между осью Oz и направлением силы трения;
c. при каком минимальном значении коэффициента трения μ_{min} диск не начнёт двигаться;

В предположении, что $\mu < \mu_{min}$, в момент сразу после того как диск отпустили, определите:

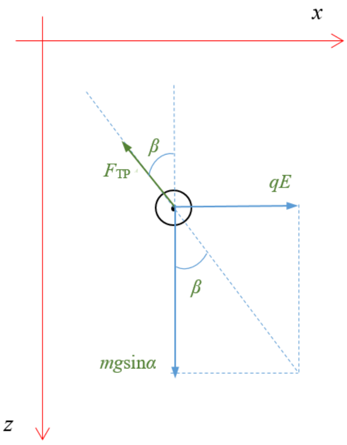
d. силу трения $F_{тр}$;
e. начальное ускорение a_0;

В предположении, что $\mu < \mu_{min}$, в установившемся режиме при движении с постоянной скоростью определите:

f. скорость установившегося движения $v_{уст}$;
g. работу A_M, которую совершают магнитные силы за время τ;
h. количество теплоты Q, которое выделяется в системе за время τ.

Ускорение свободного падения g. Ось Oz параллельна плоскости и перпендикулярна оси Ox.

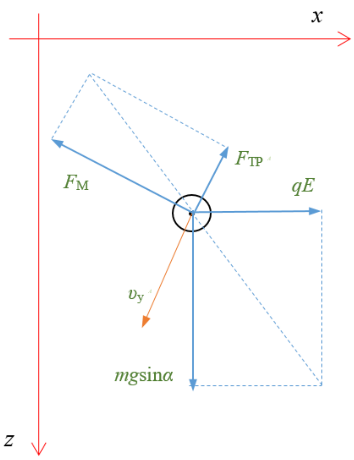
Решение.
Разложим силу тяжести, действующую на диск, на составляющие $mg\sin\alpha$ и $mg\cos\alpha$ вдоль осей Oz и Oy соответственно.
Из второго закона Ньютона в проекции на ось Oy: $0 = N - mg\cos\alpha$ или $N = mg\cos\alpha$.
Сразу после того, как диск отпустили.
В начальный момент скорость диска равна нулю, а значит сила со стороны магнитного поля также равна нулю, и три силы имеют отличные от нуля составляющие в плоскости xOz – составляющая силы тяжести $mg\sin\alpha$, сила со стороны электрического поля qE и сила трения $F_{тр} \le \mu N = \mu mg\cos\alpha$ (см. рисунок).



Если $\mu > \mu_{\min}$ брусок будет оставаться неподвижным, а значит из условия равновесия и геометрии рисунка $F_{тр} = \sqrt{(qE)^2 + (mg\sin\alpha)^2}$ и $\mathrm{tg}\beta = \frac{qE}{mg\sin\alpha}$. С учётом того, что $F_{тр} \le \mu mg\cos\alpha$, находим $\mu_{\min} = \frac{\sqrt{(qE)^2+(mg\sin\alpha)^2}}{mg\cos\alpha}$.
Если $\mu < \mu_{\min}$ брусок начнёт двигаться с ускорением, направленным вдоль суммы составляющей силы тяжести $mg\sin\alpha$ и силы со стороны электрического поля qE. Сила трения $F_{тр} = \mu N = \mu mg\cos\alpha$ будет направлена против начальной скорости (а значит и начального ускорения). С учётом этого и второго закона Ньютона в проекции на данное направление получаем:

$$ma_0 = \sqrt{(qE)^2 + (mg\sin\alpha)^2} - \mu mg\cos\alpha, \text{ значит } a_0 = \sqrt{\left(\frac{qE}{m}\right)^2 + (g\sin\alpha)^2} - \mu g\cos\alpha.$$

В установившемся режиме при движении с постоянной скоростью.
При движении с установившейся скоростью v_y на диск наряду с упомянутыми ранее силами при скольжении будет действовать и сила со стороны магнитного поля $F_М = qv_yB$, направленная перпендикулярно скорости. Работы такая сила не совершает, значит $A_М = 0$. Сила нормальной реакции при движении диска также работы не совершает.
Так как скорость диска постоянная, то из теоремы об изменении кинетической энергии следует, что мощность потенциальных сил $P_п$ (силы тяжести и силы со стороны электрического поля) в сумме с мощностью силы трения $P_{тр}$ равна нулю: $P_п + P_{тр} = 0$. С другой стороны, мощность потенциальных сил равна мощности тепловыделения $P_{тр} = \frac{Q}{\tau}$.
Откуда получаем $P_{тр} = -F_{тр}v_y = -\mu mg\cos\alpha v_y = -\frac{Q}{\tau}$. То есть $Q = \mu mg\cos\alpha v_y \tau$.
Осталось найти установившуюся скорость v_y. При таком движении четыре силы будут иметь отличные от нуля составляющие в плоскости xOz – составляющая силы тяжести $mg\sin\alpha$, сила со стороны электрического поля qE, сила трения $F_{тр} = \mu mg\cos\alpha$, направленная против v_y, и сила со стороны магнитного поля $F_М = qv_yB$ (см. рисунок). Сумма сил при движении с установившейся скоростью равна нулю. Значит модуль векторной суммы составляющей силы тяжести и силы со стороны электрического поля равен модулю векторной суммы силы трения и силы со стороны магнитного поля: $\sqrt{(qE)^2 + (mg\sin\alpha)^2} = \sqrt{(qv_yB)^2 + (\mu mg\cos\alpha)^2}$, откуда $v_y = \frac{\sqrt{(qE)^2+(mg\sin\alpha)^2-(\mu mg\cos\alpha)^2}}{qB}$.



Ответы:
а) $N = mg\cos\alpha$;

б) $\mathrm{tg}\beta = \frac{mg\sin\alpha}{qE}$;

в) $\mu_{\min} = \frac{\sqrt{(qE)^2+(mg\sin\alpha)^2}}{mg\cos\alpha}$;

г) $F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha$;

д) $a_0 = \sqrt{\left(\frac{qE}{m}\right)^2 + (g\sin\alpha)^2} - \mu g\cos\alpha$;

е) $v_{\text{у}} = \frac{\sqrt{(qE)^2+(mg\sin\alpha)^2-(\mu mg\cos\alpha)^2}}{qB}$;

ж) $A_{\text{М}} = 0$;

з) $Q = \mu mg\cos\alpha v_{\text{у}}\tau$, где $v_{\text{у}}$ из пункта е).

Критерии оценивания

№	**Критерий**	**Балл**
1	Получен аргументированный ответ на вопрос *a*	1
2	Получен аргументированный ответ на вопрос *b*	1
3	Получен аргументированный ответ на вопрос *c*	1.5
4	Получен аргументированный ответ на вопрос *d*	1
5	Получен аргументированный ответ на вопрос *e*	1.5
6	Получен аргументированный ответ на вопрос *f*	2
7	Получен аргументированный ответ на вопрос *g*	1
8	Получен аргументированный ответ на вопрос *h*	1
	max	**10,0**

Примечание для жюри

Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи.

11.5.Много Пи. (Кутелев К.А) Из проволоки массой m, длиной l и сопротивлением R изготовили контур в виде половины окружности с диаметром. В начальный момент времени, контуру сообщили скорость υ_0, вектор которой перпендикулярен диаметру и лежит в плоскости контура (см. рис.). В процессе движения проволочная конструкция заехала в область однородного магнитного поля с индукцией B_0, вектор которой перпендикулярен плоскости контура, а начальная скорость υ_0 перпендикулярна границе магнитного поля. Через некоторое время контур остановился, заехав в поле на половину радиуса. Определите:

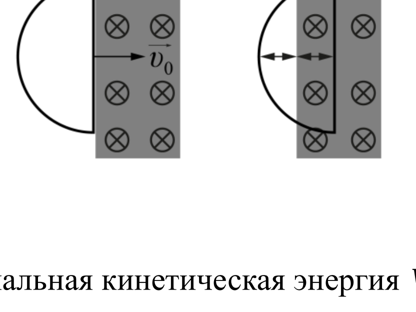
a. начальную кинетическую энергию контура W_0;

b. ускорение контура a_0 в момент пересечения диаметром границы области с магнитным полем;

c. количество теплоты Q, выделившееся в контуре к моменту остановки;

d. заряд q, прошедший по контуру за время движения.

Действием гравитационных сил пренебречь.



Возможное решение

1) По определению начальная кинетическая энергия $W_0 = \frac{m\upsilon_0^2}{2}$

2) При попадании контура в магнитное поле, начинает меняться поток поля, что приводит к возникновению ЭДС индукции $\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt}$ (знак пока не учитываем). В контуре возникает электрический ток, сила которого равна $I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{d\Phi}{Rdt}$. Наличие тока приводит к возникновению силы Ампера, тормозящей движение контура.

В начальный момент времени в магнитном поле находится только диаметр контура. Его можно найти приравняв периметр контура к длине проволоки:

$$l = \frac{\pi D}{2} + D \Rightarrow D = \frac{l}{\frac{\pi}{2}+1}$$

Скорость изменения потока в начальный момент времени:

$$\frac{d\Phi}{dt} = B\frac{dS}{dt} = B\upsilon_0 D$$

Сила Ампера: $F_A = IBD = \frac{d\Phi}{Rdt}BD = \frac{B^2\upsilon_0}{R}D^2 \Rightarrow a_0 = \frac{B^2\upsilon_0}{mR}(\frac{l}{\frac{\pi}{2}+1})^2$

3) К моменту вся механическая энергия перейдёт в тепловую $Q = W_0 = \frac{m\upsilon_0^2}{2}$

4) Прошедший через контур заряд пропорционален изменению потока:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{d\Phi}{Rdt}$$

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{d\Phi}{Rdt} \Rightarrow \Delta q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{B}{R}\Delta S$$

Изменение площади - это площадь той части контура, которая оказалась в поле. Её можно найти как сумму площадей двух секторов по 30 градусов и двух прямоугольных треугольников:

$$\Delta S = 2\cdot\frac{1}{12}\frac{\pi D^2}{4} + 2\cdot\frac{1}{2}\frac{D}{4}\frac{\sqrt{3}D}{4} = D^2(\frac{\pi}{24}+\frac{\sqrt{3}}{16}) = l^2(\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{48})\frac{1}{(\frac{\pi}{2}+1)^2}$$

$$\Delta S = l^2(\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{48})\frac{1}{(\frac{\pi}{2}+1)^2} \approx 0.036\,l^2$$

И заряд $\Delta q = l^2(\frac{2\pi+3\sqrt{3}}{48})\frac{1}{(\frac{\pi}{2}+1)^2}\frac{B}{R} \approx 0.036\,\frac{B}{R}l^2$

Критерии оценивания

№	Критерий	Балл
1	Дан правильный ответ на 1й вопрос	0,5
2	Использовано определение ЭДС индукции	1
3	Использован закон Ома	1
4	Использовано определение силы Ампера	1
5	Геометрический размер контура связан с длиной проволоки	1
6	Найдена ЭДС индукции в начальный момент	1
7	Найдено начальное ускорение	1
8	Дан правильный ответ на 3й вопрос	1
9	Установлена связь заряда с изменением потока магнитного поля	1

10	Найдено изменение площади	1
11	Дан правильный ответ на 4й вопрос	0,5
	max	**10,0**

Примечание для жюри
Полностью правильное решение, полученное неавторским методом, оценивается полным баллом. Недопустимо снижать оценку за «неправильное» оформление или неаккуратные записи. Вместо ЭДС индукции возможно использование холловского напряжения.