

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

## АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ ,

то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии ( $a_n$ ), первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n-1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

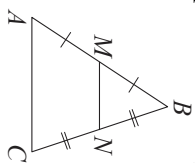
$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

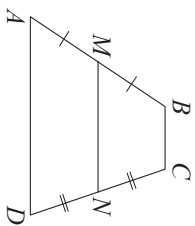
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

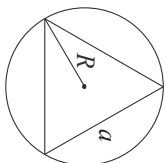


$MN$  – ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

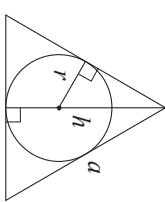


$BC \parallel AD$   
 $MN$  – ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

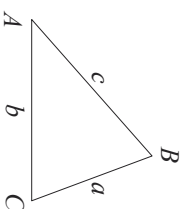
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



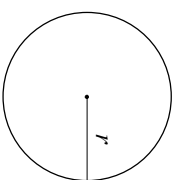
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  – радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

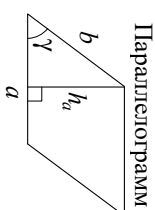
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



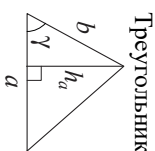
Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$

Площади фигур

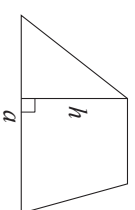


$S = ah_a$   
 $S = ab \sin \gamma$

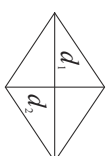


$S = \frac{1}{2} ah_a$   
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция

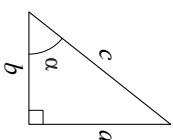


$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$



$d_1, d_2$  – диагонали  
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin \alpha = \frac{a}{c}$   
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$   
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	0	0

# Мониторинговая работа за I полугодие по МАТЕМАТИКЕ

## Вариант 1

### Инструкция по выполнению работы

Мониторинговая работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение мониторинговой работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, линейкой и непрограммируемым калькулятором.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.**

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении нет, для доступа внутрь планируется дверь шириной 60 см, высота дверного проема 1,8 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице представлены характеристики трех печей.

Номер печи	Тип	Объем помещения	Масса	Стоимость
1	Дровяная	8-12	40	18 000
2	Дровяная	10-16	48	19 500
3	Электрическая	9-15,5	15	15 000

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдется в 6500 руб.

1. Найдите объем парного отделения строящейся бани (в куб.м).
2. На сколько рублей покупка дровяной печи, подходящей по объему парного отделения, обойдется дешевле электрической с учетом установки?
3. Найдите суммарную площадь стен парного отделения строящейся бани (без площади двери). Ответ дайте в квадратных метрах.
4. В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 10%, на печь номер 2 — 35%, на печь номер 3 — 25%. Сколько рублей стоила печь номер 1 в прошлом году?
5. Хозяин выбрал дровяную печь (рис. 1). Чертеж передней панели печи показан на рисунке 2.



Рис. 1

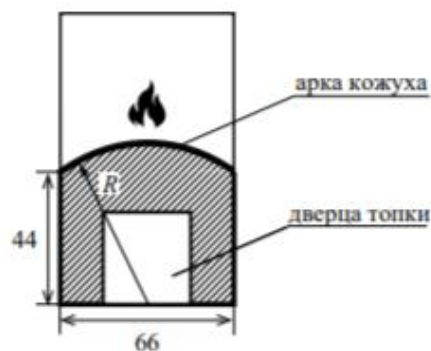


Рис. 2

Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке печки по дуге окружности с центром в середине нижней части кожуха (см. рис. 2). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки  $R$ . Размеры кожуха в сантиметрах показаны на рисунке. Найдите радиус закругления арки в сантиметрах.

6. Найдите значение выражения  $4\frac{1}{19} - 3\frac{27}{38}$ .

Представьте полученный результат в виде несократимой обыкновенной дроби. В ответ запишите числитель этой дроби.

7. На координатной прямой отмечены числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ .



Какая из разностей  $z - x$ ,  $z - y$ ,  $y - x$  отрицательна?

В ответе укажите номер правильного варианта.

- 1)  $z - x$       2)  $z - y$       3)  $y - x$       4) ни одна из них

8. Найдите значение выражения  $(\sqrt{11} + 3)^2 - 6\sqrt{11}$ .

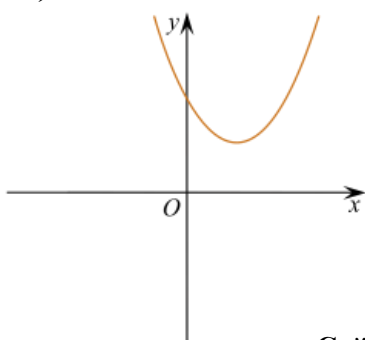
9. Найдите корень уравнения  $-3x^2 - 5x - 6 = -x^2 - x + (-1 - 2x^2)$ .

10. Телевизор у Маши сломался и показывает только один случайный канал. Маша включает телевизор. В это время по трем каналам из двадцати показывают кинокомедии. Найдите вероятность того, что Маша попадет на канал, где комедия не идет.

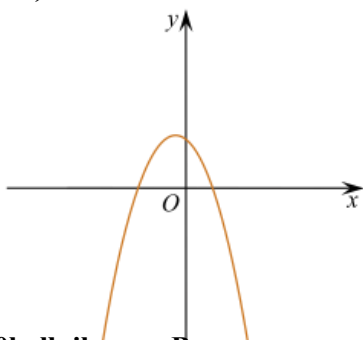
11. На рисунке изображены графики функций вида  $y = ax^2 + bx + c$ . Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов  $a$  и  $c$ .

### Графики

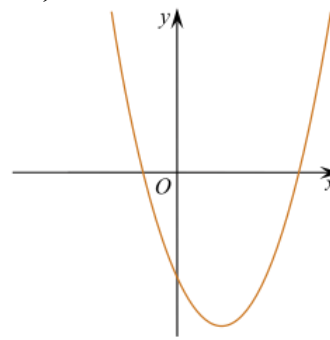
А)



Б)



В)



## Коэффициенты

1)  $a > 0, c > 0$

2)  $a > 0, c < 0$

3)  $a < 0, c > 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В

12. Закон Кулона можно записать в виде  $F = k \frac{q_1 q_2}{r^2}$ , где  $F$  — сила

взаимодействия зарядов (в ньютонах),  $q_1$  и  $q_2$  — величины зарядов (в кулонах),  $k$  — коэффициент пропорциональности (в  $\text{Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ ), а  $r$  — расстояние между зарядами (в метрах). Пользуясь формулой, найдите величину заряда  $q_1$  (в кулонах),

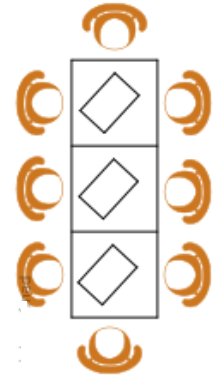
если  $k = 9 \cdot 10^9 \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{Кл}^2$ ,  $q_2 = 0,004 \text{ Кл}$ ,  $r = 3000 \text{ м}$ ,  $F = 0,016 \text{ Н}$ .

13. Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x < 0, \\ 6 - 3x > -18. \end{cases}$$

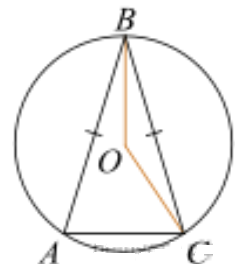
- 1)  $(7; 8)$     2)  $(-\infty; 7)$     3)  $(-\infty; 8)$     4)  $(7; +\infty)$

14. В кафе есть только квадратные столики, за каждый из которых могут сесть 4 человека. Если сдвинуть два квадратных столика, то получится стол, за который могут сесть 6 человек. На рисунке изображен случай, когда сдвинули 3 квадратных столика вдоль одной линии. В этом случае получился стол, за который могут сесть 8 человек. Сколько человек может сесть за стол, который получится, если сдвинуть 16 квадратных столиков вдоль одной линии?



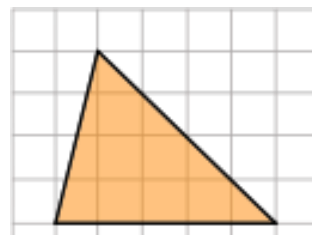
15. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $AC = 19,2$ ,  $\text{tg } A = \frac{7}{24}$ . Найдите  $AB$ .

16. Окружность с центром в точке  $O$  описана около равнобедренного треугольника  $ABC$ , в котором  $AB = BC$  и  $\angle ABC = 29^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ . Ответ дайте в градусах.



17. Одна из сторон параллелограмма равна 12, а опущенная на нее высота равна 10. Найдите площадь параллелограмма.

18. На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображен треугольник. Найдите его площадь.



19. Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Все диаметры окружности равны между собой.
- 2) Угол, вписанный в окружность, равен соответствующему центральному углу, опирающемуся на ту же дугу.
- 3) Любые два равносторонних треугольника подобны.

*В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.*



***Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.***

## Часть 2

**При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.**

20. Решите уравнение  $x^4 + 2x^2 - 8 = 0$ .

21. Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун прошел первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

22. Постройте график функции  $y = \frac{4x - 5}{4x^2 - 5x}$ .

Определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y = kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.

23. Найдите угол  $ASO$ , если его сторона  $SA$  касается окружности,  $O$  — центр окружности, а дуга  $AD$  окружности, заключенная внутри этого угла, равна  $110^\circ$ .

24. В параллелограмме  $ABCD$  диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ . Докажите, что площадь параллелограмма  $ABCD$  в четыре раза больше площади треугольника  $AKD$ .

25. Окружности радиусов 14 и 35 касаются внешним образом. Точки  $A$  и  $B$  лежат на первой окружности, точки  $C$  и  $D$  — на второй. При этом  $AC$  и  $BD$  — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми  $AB$  и  $CD$ .



**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**