

## Разбор задач

### Задача 1. Конференция

Ответ:

Первым выступал Колобок;

Вторым выступал Пятачок;

Третьим был Бармалей;

Четвертой была Золушка.

Решение:

Предположим, что Колобок сказал правду в первом выражении «Я выступал первым», тогда Золушка сказала правду о Пятачке – «Пятачок выступал вторым».

Если Пятачок второй, тогда из слов Бармалея становится понятно, что он выступал третьим, т.к. Пятачок не может быть одновременно и вторым, и последним.

Если Колобок выступал первым, Пятачок – вторым, Бармалей – третьим, то Золушка выступала четвертой. Решение найдено.

Проверим:

Колобок сказал:

- Я выступал первым (правда);
- Золушка выступила сразу после Пятачка (неправда).

Золушка сказала:

- Я выступала первой (неправда);
- Пятачок выступал вторым (правда).

Бармалей сказал:

- Я выступал третьим (правда);
- Пятачок выступал последним (неправда).

Пятачок сказал:

- Я выступал вторым (правда);
- Колобок был вторым (неправда).

Докажем невозможность других решений. Пусть Колобок сказал неправду в первом высказывании «Я выступал первым», тогда его второе высказывание «Золушка выступила сразу после Пятачка» должно быть истинно. Это значит, что Золушка не могла выступать первой.

Рассмотрим теперь высказывания Золушки. «Я выступала первой», очевидно, ложно, тогда «Пятачок выступал вторым» должно быть истинно, то есть вторым выступал Пятачок, третьей – Золушка.

Тогда оба высказывания Бармалея оказываются ложными. Получили противоречие.

### Задача 2. Пирамида

Число уровней пирамиды с основанием  $7 \times 7$  есть  $(7 + 1)/2 = 4$ , верхний уровень содержит один пятигранный блок. Таким образом, блоки, у которых видно три грани, находятся в углах каждого квадрата, кроме верхнего. Всего таких квадратов будет  $4 - 1 = 3$ . Трёхгранных блоков будет  $3 * 4 = 12$ . Вместе с пятигранным их окажется 13. Если посмотреть на пирамиду сверху, то общее число видимых блоков равно  $7 * 7 = 49$ . Из этого числа вычтем 13, получим 36 и, умножив на 2, получим итоговый ответ: 72 грани нужно будет украсить иероглифами в этом случае.

Число уровней пирамиды с основанием  $10 \times 10$  есть  $10/2 = 5$ . Блоки, у которых видно три грани, находятся в углах каждого квадрата на каждом уровне. Всего таких блоков  $4 * 5 = 20$ . Посмотрим на пирамиду сверху и увидим  $10 * 10 = 100$  блоков. Вычтем из них 20 и получим 80 блоков, у которых

видно две грани. Умножим на 2 и получим ответ: 160 граней нужно будет украсить иероглифами в этом случае.

Число уровней пирамиды с основанием  $18 \times 18$  есть  $18/2 = 9$ . Блоки, у которых видно три грани, находятся в углах каждого квадрата на каждом уровне. Всего таких блоков  $4 \cdot 9 = 36$ . Посмотрим на пирамиду сверху и увидим  $18 \cdot 18 = 324$  блока. Вычтем из них 36 и получим 288 блоков, у которых видно две грани. Умножим на 2 и получим ответ: 576 граней нужно будет украсить иероглифами в этом случае.

Число уровней пирамиды с основанием  $23 \times 23$  есть  $(23 + 1)/2 = 12$ , верхний уровень содержит один пятигранный блок. Таким образом, блоки, у которых видно три грани находятся в углах каждого квадрата, кроме верхнего. Всего таких квадратов будет  $12 - 1 = 11$ . Трёхгранных блоков будет  $11 \cdot 4 = 44$ . Вместе с пятигранным их окажется 45. Если посмотреть на пирамиду сверху, то общее число видимых блоков равно  $23 \cdot 23 = 529$ . Из этого числа вычтем 45, получим 484 и, умножив на 2, получим итоговый ответ: 968 граней нужно будет украсить иероглифами.

Итоговый ответ по всем случаям:

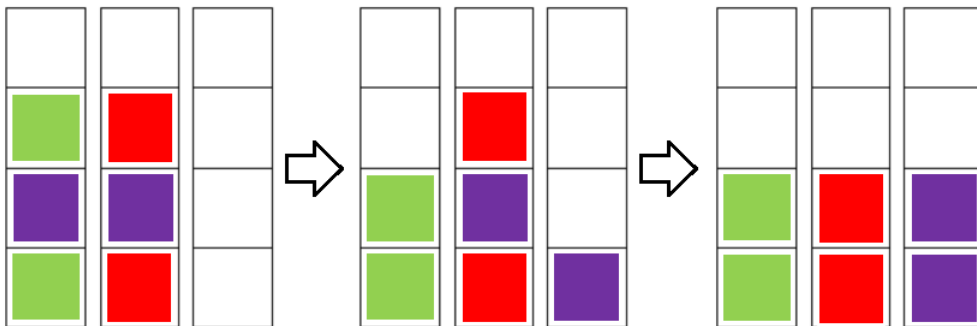
72  
160  
576  
968

### Задача 3. Кубики

Одно из коротких решений требует не менее 6 перемещений:

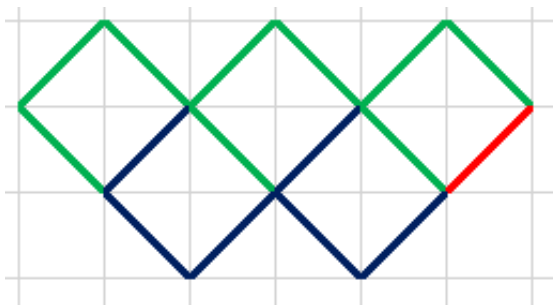
1 2  
1 3  
2 1  
2 1  
2 3  
1 2

Добиться того, чтобы в одном из двух первых столбиков оказались только кубики одного цвета (причём только того же цвета, что и у лежащих снизу кубиков), можно не менее чем за 3 перемещения. После этого ещё за 3 перемещения можно добиться требуемого расположения.



### Задача 4. Орнамент

Раскрасим три стороны верхних квадратов в зелёный цвет, а три стороны нижних квадратов – в синий цвет так, как показано на рисунке. Тогда останется всего одна сторона (на чертеже – красная), а значит, общее число нарисованных линий равно  $3 \times n + 1$ .



## Задача 5. Сегодняшнее число

Правильные ответы:

1. 6
2. 20107322
3. 232721
4. 20702
5. 4

Решение.

1. Таких дат 6:

27.01.2023

17.02.2023

12.07.2023

21.07.2023

27.10.2023

07.12.2023

Найти их можно так: поскольку год не меняется, то остаются 4 цифры на день и месяц: 0, 1, 2 и 7. Попробуем перебрать все подходящие месяцы: 01, 02, 07, 10 и 12. В пяти случаях день можно составить единственным способом (поскольку цифра 7 может стоять только на второй позиции), и только для июля есть два подходящих дня: 12 и 21.

За пять найденных корректных дат можно было набрать 10 баллов, за четыре – 5 баллов.

2. 20 октября 7322 (20107322)

Выберем четыре наибольшие цифры для номера года и переставим их в порядке убывания: 7322. Остались цифры 0, 0, 1 и 2. Наибольший номер месяца, который можно составить из этих цифр – 12, но тогда получается некорректный день 00. Следующий наибольший подходящий месяц – 10, а наибольшее число – 20.

Следующая найденная корректная дата 02107322 позволяла набрать 10 баллов, а дата 10027322 – 5 баллов.

3. 23:27:21.

Наибольшее значение часов, которое можно составить из имеющихся цифр, равно 23 (остались цифры 0, 0, 1, 2, 2, 7). Наибольшее значение минут, которое можно составить из имеющихся цифр, равно 27 (остались цифры 0, 0, 1, 2). Наибольшее значение секунд, которое можно составить из имеющихся цифр, равно 21.

Следующее найденное корректное время 232720 позволяло набрать 10 баллов, а время 232712 – 5 баллов.

4. 20702

У палиндрома в начале и в конце стоят одинаковые символы, поэтому нам нужны пары одинаковых цифр. В нашем распоряжении две таких пары: двойки и нули, из которых мы можем составить наибольший палиндром 2002. Ещё одну цифру (любую из имеющихся) можно поставить в середину числа. Выбираем наибольшую – цифру 7.

Следующий найденный корректный палиндром 20302 позволял набрать 10 баллов, а палиндром 20202 – 5 баллов.

5. Разность 4 достигается для чисел 2027 и 2031.

Из предыдущего задания становится понятно, что одинаковые пары цифр 2 и 0 уместно поставить в начале каждого из двух чисел, чтобы уменьшить их разность (в данном конкретном случае это работает, поскольку у нас нет девяток). Из оставшихся цифр 1, 2, 3 и 7 наименьшую разность можно получить для чисел 27 и 31.

Следующая найденная корректная разность 6 (для чисел 2017 и 2023) позволяла набрать 10 баллов, а разность 14 (для чисел 2013 и 2027) – 5 баллов.