Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 442

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

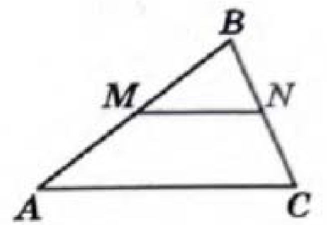
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin\left(\alpha+\beta\right)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos\left(\alpha+\beta\right)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

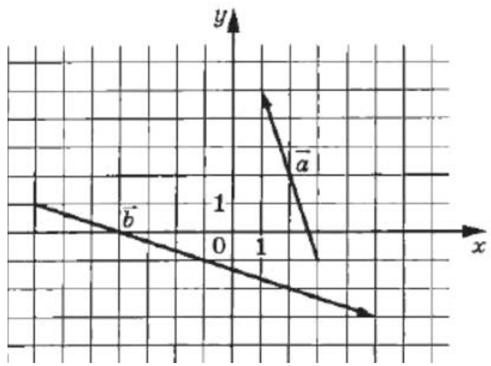
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, AB=66, AC=44, MN=24. Найдите AM.



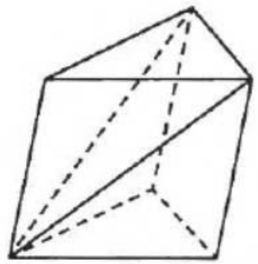
Ответ: ________________________.

2. На координатной плоскости изображены векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Найдите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$.



Ответ: ________________________.

3. От треугольной призмы, объём которой равен 120, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.

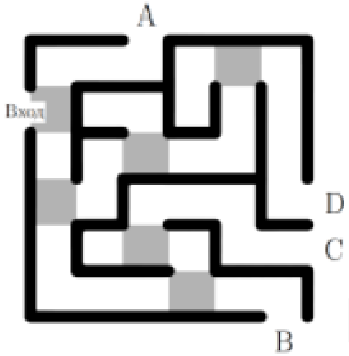


Ответ: ________________________.

4. В классе 26 учащихся, среди них три подружки — Оля, Аня и Юля. Класс случайным образом разбивают на две равные группы. Найдите вероятность того, что все три девочки окажутся в одной группе.

Ответ: ________________________.

5. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении (отмеченном серым) паук с равной вероятностью выбирает путь, по которому ещё не полз. Известно, что паук не забрёл в тупик и выбрался из лабиринта. С какой вероятностью он пришёл к выходу B или выходу C?



Ответ: ________________________.

(автор задачи Артур Анищенко)

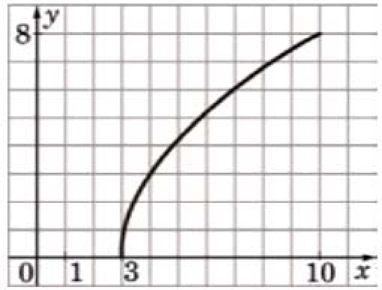
6. Решите уравнение: $(x+5)^2-\sqrt[4]{(x+5)^4}-20=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите их сумму.

Ответ: ________________________.

7. Найдите значение выражения: $\log_4\left(\sin\frac{5\pi}{12}\cdot\sin\frac{5\pi}{6}\cdot\sin\frac{11\pi}{12}\right)$.

Ответ: ________________________.

8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Прямая, проходящая через точку (2;0), касается графика этой функции в точке с абсциссой 4. Найдите $f'(4)$.



Ответ: ________________________.

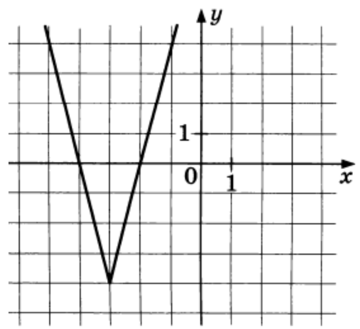
9. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы и определяется по формуле $A(\omega)=\frac{A_0\omega_p^2}{\left|\omega_p^2-\omega^2\right|}$, где ω — частота вынуждающей силы (в с$^{-1}$), A_0 - постоянный параметр, $\omega_p=330$ с$^{-1}$ — резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω, меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 80 %. Ответ дайте в с$^{-1}$.

Ответ: ________________________.

10. В 12:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 22:00 того же дня часы отставали на полчаса. На сколько минут отставали часы спустя 15 часов после того, как они сломались?

Ответ: ________________________.

11. На рисунке изображен график функции $f(x)=|kx+b|+c$, где k,b и c - целые, $k>0$. Найдите $f(-5{,}6)$.



Ответ: ________________________.

12. Найдите наименьшее значение функции $f(x)=x\cdot(0{,}5x+4)^6$ при $|x+8|\le 2$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\sin\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)-\sin(3x-\pi)=\sin x$.

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right]$.

14. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD с вершиной S точки M и N - середины ребер SC и AD соответственно. Плоскость α проходит через прямую BM параллельно SN.
А) Докажите, что плоскость α делит ребро CD в отношении 1:2.
Б) Найдите расстояние от прямой SN до плоскости α, если сторона основания пирамиды равна 6, а боковое ребро равно 12.

15. Решите неравенство:

$$(x-3)\left(\frac{1}{\log_{4-x}5}+\log_6\left(x^2+3x-4\right)+1+\log_{0,2}(20-5x)+x\right)+x\ge x^2-6.$$

16. Пенсионный фонд владеет ценными бумагами, которые стоят t^2 тыс. рублей в конце года t $(t=1;2;\ldots)$. В конце любого года пенсионный фонд может продать ценные бумаги и положить деньги на счёт в банке, при этом в конце каждого следующего года сумма на счёте будет увеличиваться на 25%. В конце какого года пенсионному фонду следует продать ценные бумаги, чтобы в конце двадцатого года сумма на его счёте была наибольшей?

17. В остроугольном треугольнике ABC AB>AC, угол A равен 60^0. D – точка пересечения биссектрис , H – точка пересечения высот.
А) Докажите, что точки B, C, H и D лежат на одной окружности.
Б) Найдите угол ABC, если $\angle AHD=51^0$.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение

$$\left(\sqrt{1+a^2}\right)^{-\left(\frac{x-5}{x-2}\right)^2}=\frac{1}{4a}$$

имеет ровно два различных корня, больших чем 3.

(автор задачи Артур Анищенко)

19. Трое друзей Саша, Петя и Паша играли в шахматы.
А) Могло ли быть, что по итогам турнира каждый из них сыграл по 15 партий?
Б) Могли ли количества партий, сыгранные игроками, образовывать геометрическую прогрессию?
В) В турнире было сыграно 23 партии. Могли ли количества партий, сыгранных игроками, образовывать арифметическую прогрессию?
Г) Количество партий, сыгранных Сашей, Петей и Пашей, в указанном порядке образует арифметическую прогрессию. Всего в турнире сыграно 30 партий. Сколько партий Саша сыграл с Пашей?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ
1	30
2	-0,6
3	80
4	0,22
5	0,25
6	-10
7	-1,5
8	1,5
9	220
10	45
11	6,4
12	-10

Задание	Ответ
13	А) $\frac{\pi}{4}+\frac{\pi n}{2};\ \frac{\pi}{6}+2\pi n;\ \frac{5\pi}{6}+2\pi n,\quad n\in Z;$ Б) $-\frac{3\pi}{4};-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{4}$
14	Б) $\frac{12\sqrt{14}}{\sqrt{191}}$
15	$\left[-8;-4\right),(1;3)$
16	9
17	Б) 34
18	$\left(\frac{1}{4};\frac{1}{\sqrt{15}}\right)$
19	А) нет, Б) да, В) нет, Г) 10