

Разбор задач

Задача 1. Забег

Составим таблицу, в строках которой будут содержаться имена мальчиков, а в столбцах — места от 1 до 5. Отметим в этой табличке количество утверждений, сделанных мальчиками. Например, в клетке «Саша–2» поставим цифру 2, потому что такое утверждение сделал Саша, и это одно из утверждений Егора.

	1	2	3	4	5
Алёша		1	1		①
Боря		1	①	1	
Саша	1	②			
Дима	①	1	1		
Егор				②	1

В этой таблице нам необходимо выбрать 5 клеток в разных строках и разных столбцах, мы можем выбрать обе двойки, а также три единицы. В таблице выбранные числа обведены.

Ответ: Дима, Саша, Боря, Егор, Алёша. В этом случае верными будут 7 утверждений.

Задача 2. Выражение

Ответ содержит три слагаемых, одно из которых является произведением двух чисел. Чтобы получить как можно большее значение выражения, нужно сделать сомножители максимально большими. То есть слагаемые будут равны 1 и 2, а из цифр 3, 4, 5, 6 нужно собрать два сомножителя.

Для получения максимального произведения цифры сомножителей должны убывать, а сами сомножители — начинаться с цифр 5 и 6. Осталось четыре варианта выбора сомножителей: 643×5 , 64×53 , 63×54 и 6×543 . Эти значения уже можно вычислить и выбрать наибольшее: 63×54 .

Или можно заметить, что лучше выбрать два двузначных множителя. Например, если перемножить два двузначных числа $60 + a$ и $50 + b$, где a и b — две цифры 3 и 4, то произведение будет равно $3000 + 50a + 60b + ab$, а если перемножить однозначное число 6 и трёхзначное число $500 + 10a + b$, то результат будет равен $3000 + 60a + 6b$, то есть меньше. Далее для того, чтобы максимизировать значение $3000 + 50a + 60b + ab$, нужно взять $a = 3$ и $b = 4$, то есть произведение окажется максимальным, если взять сомножители 63 и 54.

Ответ: $1 + 2 + 63 \times 54$ или любой эквивалентный, отличающийся порядком чисел.

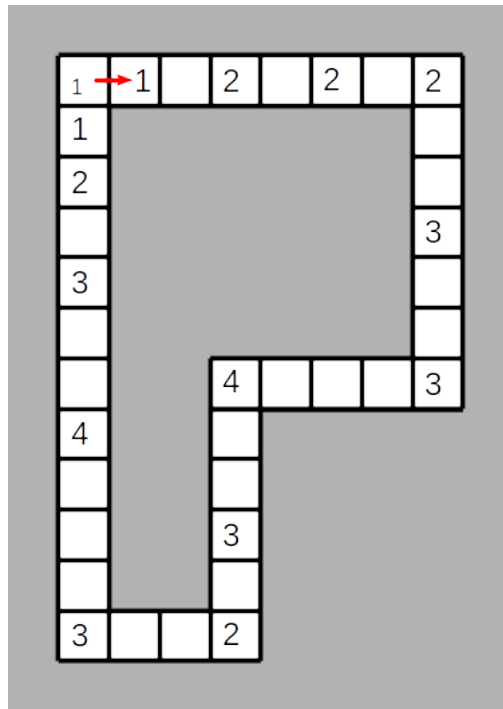
Задача 3. Подушки для жирафов

У нас уже есть подушки толщиной 1 и 2, из них можно собрать стопку толщины 3. Следующая подушка имеет толщину 5, поэтому толщину 4 получить не удастся. Так как мы умеем получать любую толщину от 1 до 3, то, используя подушку 5, можно получить толщину от 5 до 8. Толщину 9 получить не удастся. Подушка 10 у нас есть, с её помощью получим все толщины от 10 до 18, кроме $10 + 4 = 14$. Используя подушку 13, получим все толщины до $13 + 18 = 31$, кроме $13 + 4 = 17$, $13 + 9 = 22$, $13 + 14 = 27$, то есть теперь из толщин от 1 до 31 невозможными являются только 4, 9, 22, 27. Используя подушку 19, получим все толщины от 19 до 50, кроме $19 + 4 = 23$, $19 + 9 = 28$, $19 + 22 = 41$ и $19 + 27 = 46$, в частности, удалось получить ранее невозможные толщины 22 и 27, а толщины 23 и 28 были получены ранее.

Ответ: 4, 9, 41, 46.

Задача 4. Гоночная трасса

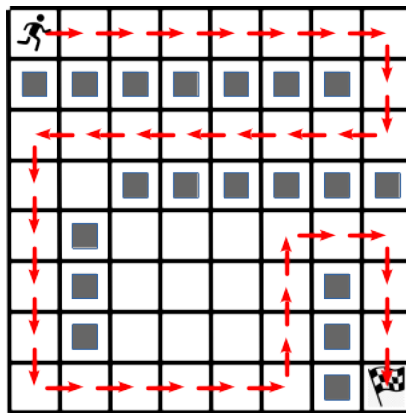
Самый быстрый способ прохождения трассы изображён на рисунке.



В ответе нужно записать числа 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 3, 2, 3, 4, 3, 2, 1, 1.

Задача 5. Бег по пересечённой местности

Довольно несложно построить путь из 35 клеток, используя 19 блоков. Такое решение получит 70 баллов.



Но это решение можно улучшить, добавив дополнительные изгибы в тех местах, где происходит движение по прямой. Построим путь из 39 клеток, используя 19 блоков:

