

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант № 224

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

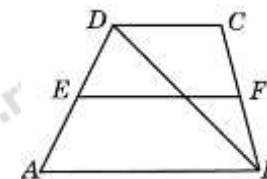
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Основания трапеции равны 4 и 10. Найдите больший из отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.



2. Длины векторов \vec{a} и \vec{b} равны соответственно 3 и 25, а их скалярное произведение равно -75 . Найдите длину вектора \vec{c} , если $\vec{c} = 2\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b}$.

3. В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 1. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых ребер.

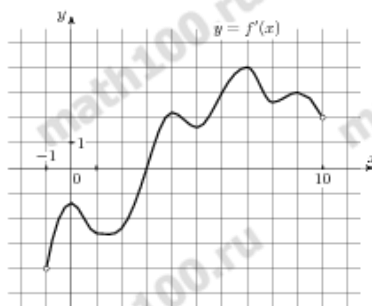
4. В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода.

5. Автоматическая линия изготавливает батарейки. Вероятность того, что готовая батарейка неисправна, равна 0,02. Перед упаковкой каждая батарейка проходит систему контроля. Вероятность того, что система забракует неисправную батарейку, равна 0,99. Вероятность того, что система по ошибке забракует исправную батарейку, равна 0,01. Найдите вероятность того, что случайно выбранная изготовленная батарейка будет забракована системой контроля.

6. Найдите корень уравнения $\log_2(12 - 6x) = 3\log_2 3$.

7. Найдите значение выражения $\frac{-14\sin 84^\circ}{\sin 42^\circ \cdot \sin 48^\circ}$

8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-1; 10)$. В какой точке отрезка $[5; 9]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение?

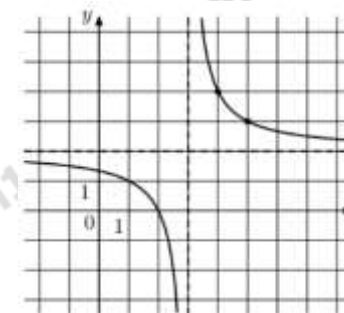


9. Независимое агентство намерено ввести рейтинг новостных интернет-изданий на основе оценок информативности In , оперативности Op , объективности публикаций Tr , а также качества сайта Q . Каждый отдельный показатель оценивается читателями по 5-балльной шкале целыми числами от -2 до 2. Аналитики, составляющие формулу рейтинга, считают, что объективность ценится втрое, а информативность публикаций — впятеро дороже, чем оперативность и качество сайта. Таким

образом, формула приняла вид $R = \frac{5In + Op + 3Tr + Q}{A}$. Если по всем четырем показателям какое-то издание получило одну и ту же оценку, то рейтинг должен совпадать с этой оценкой. Найдите число A , при котором это условие будет выполняться.

10. Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

11. На рисунке изображен график функции $f(x) = \frac{kx + a}{x + b}$. Найдите k .



12. Найдите точку минимума функции $y = (x - 11)^2 e^{17-x}$



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\frac{2 \cos x}{\sin 3x + \sin x} - \frac{4}{3} = \cos^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[0; \pi]$.

14. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ со стороной основания 4 и высотой 7 на ребре AA_1 взята точка M так, что $AM = 2$. На ребре BB_1 взята точка K так, что $B_1 K = 2$.

а) Постройте сечение призмы плоскостью $D_1 MK$.

б) Найдите угол между плоскостью $D_1 MK$ и плоскостью $CC_1 D_1$.

15. Решите неравенство:

$$\frac{\log_3 x^2 - \log_5 x^2}{\log_{15}^2 (2x^2 - 6x + 4,5) + 1} \geq 0$$

16. 15 января планируется взять кредит в банке на 6 месяцев в размере 1 млн руб. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Месяц	Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь	Июль
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором сумма выплат будет меньше 1,25 млн руб.

17. Биссектриса BB_1 и высота CC_1 треугольника ABC пересекают описанную окружность в точках M и N . Известно, что $\angle BCA = 85^\circ$ и $\angle ABC = 40^\circ$.

а) Докажите, что $CN = BM$.

б) Пусть MN и BC пересекаются в точке D . Найти площадь треугольника BDN , если его высота BH равна 7.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2x + y^2 + 4y = 4 |2x - y|, \\ x + 2y = a \end{cases}$$

имеет более двух решений.

19. Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140.

а) Существуют ли двадцать последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть три очень счастливых?

б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2016?

в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 224

1	5	Решение
2	1	
3	0,25	Решение
4	0,392	Решение
5	0,0296	Решение
6	-2,5	Решение
7	-28	Решение
8	9	Решение
9	10	Решение
10	3	Решение
11	2	Решение
12	11	Решение

13	$\frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{3} + \pi k;$ а) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{3} + \pi k; k \in \mathbb{Z};$ б) $\frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{3}; \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \arcsin \frac{2}{3}.$	Решение
14	45°	
15	$(-\infty; -1] \cup [1; 1,5) \cup (1,5; \infty).$	Решение
16	9.	Решение
17	49.	
18	$(-5 - 5\sqrt{5}; -10] \cup [0; 5\sqrt{5} - 5).$	
19	а) Да, например, 5014, 5015, ..., 5033; б) нет; в) 11.	