

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 436

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

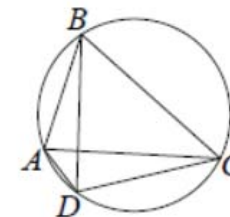
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Четырёхугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABD равен 25°. угол CAD равен 41°. Найдите угол ABC. Ответ дайте в градусах.

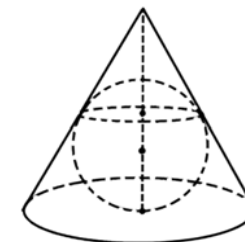


Ответ: _____.

2. Вычислите $|\vec{a} - \vec{b}|$, если $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$

Ответ: _____.

3. В конус вписан шар. Площадь поверхности шара равна площади основания конуса. Найдите синус угла между образующей конуса и плоскостью его основания.



Ответ: _____.

4. Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 4. Какова вероятность того, что для этого потребовалось два броска?

Ответ: _____.

5. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 4. Какова вероятность того, что был сделан один бросок? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

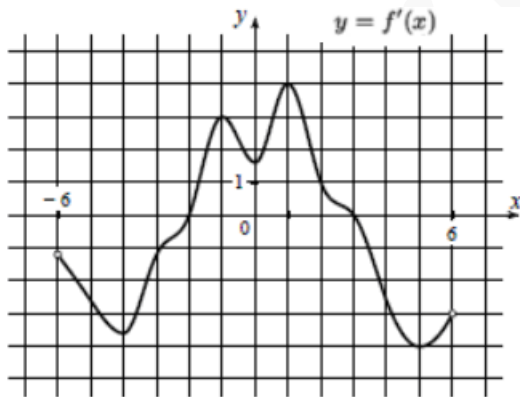
6. Решите уравнение: $x^{\lg x} = 10$. Если корней несколько, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: _____.

7. Найдите $\operatorname{tg} \alpha$, если $\frac{3 \sin \alpha - 5 \cos \alpha + 2}{\sin \alpha + 3 \cos \alpha + 6} = \frac{1}{3}$

Ответ: _____.

8. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ составляет угол 30° с положительным направлением оси абсцисс.



Ответ: _____.

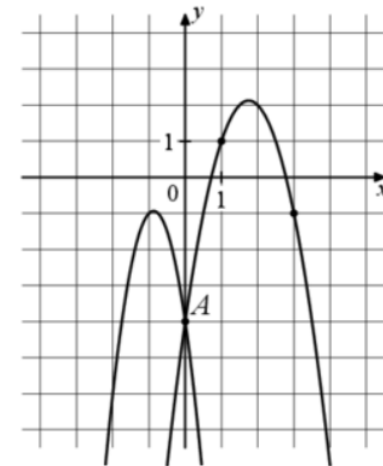
9. Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 20$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 5$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 30 метров. Ответ дайте в секундах.

Ответ: _____.

10. Две бригады, состоящие из рабочих одинаковой квалификации, одновременно начали выполнять два одинаковых заказа. В первой бригаде было 18 рабочих, а во второй — 22 рабочих. Через 9 дней после начала работы в первую бригаду перешли 3 рабочих из второй бригады. В итоге оба заказа были выполнены одновременно. Найдите, сколько дней потребовалось на выполнение заказов.

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -4x^2 - 7x - 4$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите ординату точки В.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = 2x - 2\operatorname{tg} x - 9$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$.

Ответ: _____.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $tg^2 x - \frac{1}{\cos^2 x} + 2 \sin^2 x + \sin x = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

14. Основанием треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является правильный треугольник ABC со стороной 1, при этом A_1B перпендикулярно плоскости ABC , а боковое ребро AA_1 равно $\sqrt{2}$. Точка M – середина BC .

- А) Докажите, что прямые AM и A_1C перпендикулярны.
Б) Найдите расстояние между прямыми A_1C и BC_1

15. Решите неравенство: $\frac{\log_5(x^2 - 4x - 11)^2 - \log_{11}(x^2 - 4x - 11)^3}{2 - 5x - 3x^2} \leq 0$

16. 15 декабря планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 48 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 1% по сравнению с концом предыдущего месяца;
 - со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга,
 - 15-го числа каждого месяца с 1-го по 24-й долг должен быть на 100 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
 - 15-го числа каждого месяца с 25-го по 48-й долг должен быть на 50 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.
 - к 15-му числу 48-го месяца кредит должен быть полностью погашен.
- Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита?

17. Остроугольный треугольник ABC вписан в окружность ω . Точки O_1 и O_2 – центры вневписанных окружностей ω_1 и ω_2 , касающихся отрезков AB и AC соответственно. Пусть M – середина большей дуги BC окружности ω .

- А) Докажите, что точка M лежит на прямой O_1O_2
Б) На биссектрисе угла BAC выбрана точка K такая, что $AK^2 = AO_1 \cdot AO_2$. Найдите радиус описанной окружности треугольника BKC , если сумма радиусов окружностей ω_1 и ω_2 равна $5\sqrt{3}$ и $\angle BAC = 60^\circ$

(автор задачи Артур Анищенко)

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(x^2 - 6)(3 - 2x) = a$$

имеет три различных решения.

19. Делитель d натурального числа n будем называть специальным, если числа d и $f = \frac{n}{d}$ взаимно простые. Очевидно, что f также является специальным делителем и $d \neq f$ при $n > 1$. При $n = 1$ есть единственный делитель $d = 1$. И хотя $f = \frac{n}{d} = 1 = d$, будем считать $d = 1$ специальным делителем, т.к. d и f взаимно простые числа.

- А) Сколько последовательных натуральных чисел могут иметь только специальные делители?
Б) Для каких чисел n сумма всех специальных делителей нечетная?
В) Найдите все числа $n \leq 100$, у которых количество всех делителей в 3 раза больше, чем количество специальных делителей.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.