

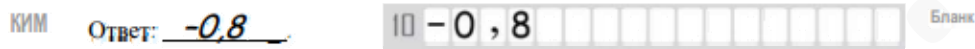
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 435

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

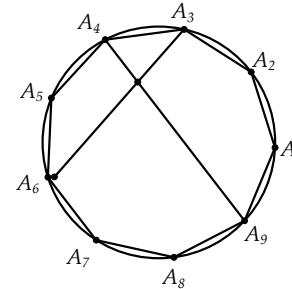
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

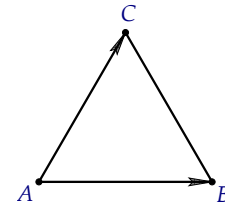
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Правильный девятиугольник $A_1A_2\dots A_9$ вписан в окружность. Под каким острым углом пересекаются его диагонали A_4A_9 и A_3A_6 . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Стороны правильного треугольника ABC равны $5\sqrt{3}$. Найдите длину вектора $\vec{AC} + \vec{AB}$.

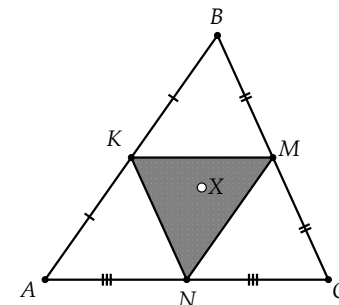


Ответ: _____.

3. В правильной шестиугольной пирамиде сторона основания равна апофеме. Найдите угол между боковой гранью и основанием. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

4. Из треугольника ABC случайным образом выбирается точка X. Найдите вероятность того, что эта точка принадлежит треугольнику, вершинами которого являются середины сторон треугольника ABC.



Ответ: _____.

5. В торговом центре установлены два автомата, продающие кофе. Вероятность того, что к концу дня кофе закончится в каждом отдельном автомате, равна 0,3. В обоих автоматах кофе заканчивается к вечеру с вероятностью 0,21. Вечером пришел мастер, чтобы обслужить автоматы, и обнаружил, что во втором автомате кофе закончился. Какова теперь вероятность того, что и в первом автомате уже нет кофе?

Ответ: _____.

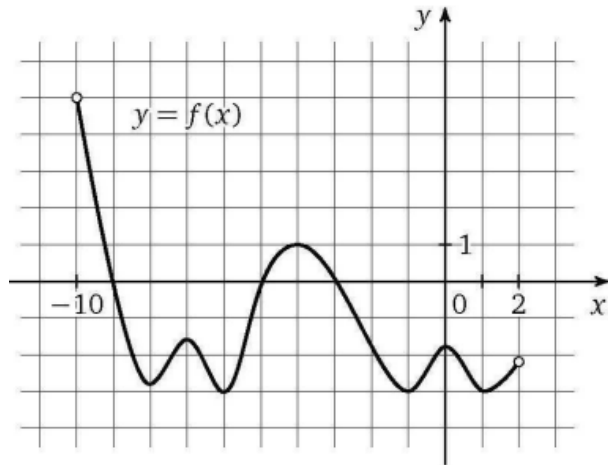
6. Решите уравнение $2^{\frac{x-7}{x}} + 2^{\frac{3x-7}{x}} = 160$

Ответ: _____.

7. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{65}}{\cos \alpha}$, если $\operatorname{ctg} \alpha = 8$ и $\alpha \in (3\pi; 4\pi)$.

Ответ: _____.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной и дифференцируемой на интервале $(-10; 2)$. Найдите наименьшую из длин промежутков, в каждой точке каждого из которых производная этой функции неотрицательна.



Ответ: _____.

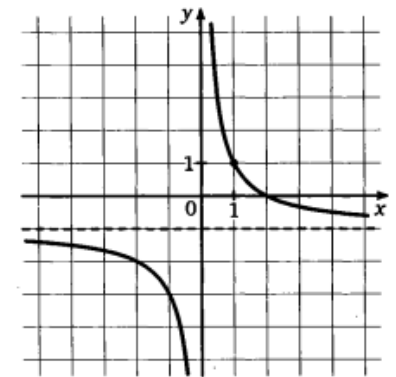
9. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h км над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 3,2 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 15 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 4,8 километров?

Ответ: _____.

10. Стоимость чайной пары складывается из стоимости чашки и блюдца. После того, как чашка подорожала на 10%, а блюдце на 20%, стоимость чайной пары увеличилась на 12%. Сколько процентов от стоимости чайной пары составляла стоимость чашки до подорожания?

Ответ: _____.

11. На рисунке изображён график функции $f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 19.



Ответ: _____.

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 - \frac{48}{x^2}$ на отрезке $[-3; 2]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. А) Решите уравнение $\frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x} = \frac{\sqrt{2} \sin^4 \frac{x}{2} - \sqrt{2} \cos^4 \frac{x}{2}}{2}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Прямые CA_1 и AB_1 перпендикулярны.

А) Докажите, что $AA_1 = AC$.

Б) Найдите расстояние между прямыми CA_1 и AB_1 , если $AC = 8$, $BC = 4$.

15. Решите неравенство:

$$4\log_2 x + \log_2 \left(\frac{x^2}{8(x-1)} \right) \leq 4 - \log_2(x-1) - \log_2^2 x$$

16. Банк предлагает два типа вкладов – «Удачный» и «Прибыльный». По вкладу «Удачный» предоставляется 5% годовых; по вкладу «Прибыльный» - 2% за первый год и p %, начиная со второго года. Проценты по обоим вкладам начисляются в конце года и прибавляются к текущей сумме вклада. При каком наименьшем целом значении p трехлетний вклад «Прибыльный» окажется выгоднее трехлетнего вклада «Удачный» при условии, что первоначально вклады были равны?

17. Две окружности с центрами O_1 и O_2 соответственно касаются внешним образом. Из точки O_1 проведена касательная O_1K ко второй окружности (K – точка касания), а из точки O_2 проведена касательная O_2L к первой окружности (L – точка касания), точки K и L лежат по разные стороны от прямой O_1O_2 .

А) Докажите, что $\angle O_1KL = \angle O_1O_2L$.

Б) Найдите радиус меньшей окружности, если дополнительно известно, что он в 4 раза меньше радиуса большей окружности, а площадь четырехугольника O_1KO_2L равна $54 + 9\sqrt{6}$.

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$a^2 x^2 + 2a(\sqrt{2} - 1)x + \sqrt{x-2} = 2\sqrt{2} - 3$$

имеет хотя бы одно решение.

19. Существуют ли такие восемь различных натуральных чисел, что их среднее арифметическое больше их наибольшего общего делителя

А) ровно в 500 раз?

Б) ровно в 400 раз?

В) Найдите наименьшее возможное натуральное число, равное отношению среднего арифметического этих чисел к их наибольшему общему делителю.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.