

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
МАТЕМАТИКА. 2023–2024 уч. г.  
ШКОЛЬНЫЙ ЭТАП. 6 КЛАСС  
ЗАДАНИЯ, ОТВЕТЫ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

1. В ряд выложены квадраты и треугольники. Треугольника всего два — синий и красный. Оказалось, что справа от синего треугольника находятся красный треугольник и 7 квадратов, а слева от красного треугольника — 12 квадратов.



Сколько квадратов между треугольниками, если всего выложено 17 фигур?

**Ответ:** 4.

2. Футбольный матч закончился 5 : 1. Каждый гол в этом матче был устроен так: один игрок давал голевой пас своему сокоманднику, а тот забивал гол команде соперников.

После каждого гола в протокол матча записывали имена двух игроков из одной команды: того, кто забил гол, и того, кто отдал голевой пас. По итогу матча в протоколе оказались записаны имена только четырёх игроков: Андрея, Бориса, Вадима и Дениса. Сколько забил голов и сколько отдал голевых передач Денис, если известно, что его сокомандник Андрей забил ровно 2 гола?

**Ответ:** голы — 3, голевые передачи — 2.

*Решение.* За каждую команду должны играть хотя бы двое из четверых упомянутых ребят, так как каждая команда забила хотя бы 1 гол (то есть кто-то отдал голевой пас, а кто-то этот гол забил). Но так как ребят всего четверо, то ровно двое из них играют за одну команду, и ровно двое — за другую.

Из условия задачи мы знаем, что Андрей и Денис играют за одну команду. Так как Андрей забил 2 гола, то эти ребята играют за команду, забившую 5 голов. Получается, что Денис забил 3 оставшихся гола и отдал 2 голевых передачи Андрею.

3. В большой кроличьей семье есть дети: кролики и крольчихи. У каждого кролика братьев в 2 раза больше, чем сестёр. А у каждой крольчихи сестёр на 6 меньше, чем братьев. Сколько всего детей в этой семье?

**Ответ:** 13.

**Решение.** Пусть у одного кролика  $x$  сестёр, то есть всего  $x$  крольчих. Тогда братьев у него ровно  $2x$ , поэтому всего кроликов ровно  $2x + 1$  (включая его самого).

Теперь рассмотрим крольчиху: у неё  $x - 1$  сестёр и  $2x + 1$  братьев. По условию мы знаем, что первая величина на 6 меньше, чем вторая. Получаем и решаем соответствующее уравнение:

$$(x - 1) + 6 = 2x + 1,$$

$$x + 5 = 2x + 1,$$

$$x = 4.$$

Тогда всего детей в семье кроликов ровно  $x + (2x + 1) = 3x + 1 = 3 \cdot 4 + 1 = 13$ .

**4.** У мальчиков Ильи, Максима, Вовы и Лёши есть конфеты: 1, 2 или 3 у каждого.

Они заявили следующее:

- Илья: «У Лёши не 1 конфета».
- Максим: «Ровно у двоих из нас по 3 конфеты».
- Вова: «У меня конфет больше, чем у Лёши».
- Лёша: «Количества конфет у Максима и Вовы отличаются не более чем на 1».

Известно, что соврал только один мальчик, и он — единственный, у кого 1 конфета.

У кого сколько конфет?

**Ответ:** Илья — 3, Максим — 2, Вова — 1, Лёша — 3.

**Решение.** Предположим, что 1 конфета у Ильи. Тогда, сказав, что у Лёши не 1 конфета, он соврал, поэтому у Лёши тоже 1 конфета. Противоречие.

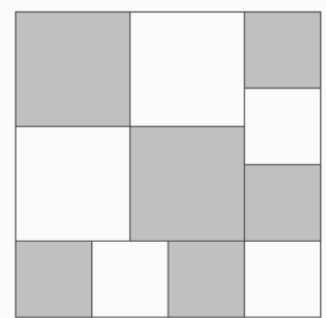
Получается, что у Ильи 2 или 3 конфеты, и он говорит правду. Тогда и у Лёши 2 или 3 конфеты, и он тоже говорит правду. По условию задачи только у одного мальчика ровно 1 конфета, поэтому может быть два варианта (тут мы также пользуемся верным утверждением Лёши):

- у Максима 1 конфета, а у Вовы 2 конфеты,
- у Максима 2 конфеты, а у Вовы 1 конфета.

То есть у Вовы 1 или 2 конфеты, а у Лёши 2 или 3 конфеты, поэтому Вова точно соврал.

Теперь мы точно понимаем, что у Максима 2 конфеты, а у Вовы 1 конфета. Тогда Максим говорит правду, и среди ребят ровно у двоих по 3 конфеты. Отсюда можно сделать вывод, что эти двое — Илья и Лёша.

5. Квадрат на рисунке разбит на 11 меньших квадратов: белых и серых. Суммарная площадь серых квадратов равна 102.



Чему равна суммарная площадь белых квадратов?

**Ответ:** 90.

**Решение.** На рисунке изображены 2 больших и 4 маленьких серых квадрата, а также 2 больших и 3 маленьких белых квадрата. Очевидно, что все большие квадраты равны друг другу (т. е. имеют одинаковые стороны), и все маленькие квадраты тоже равны друг другу. Поэтому для решения задачи достаточно найти разность серой и белой площади — площадь маленького квадрата.

Пусть сторона маленького квадрата равна  $x$ . На рисунке видно, что две стороны большого квадрата суммарно равны по длине трём сторонам маленького квадрата (т. е. равны  $3x$ ).

Значит, сторона большого квадрата равна  $\frac{3}{2}x$ .

Суммарная площадь двух больших и четырёх маленьких серых квадратов равна

$$2 \cdot \left(\frac{3x}{2}\right)^2 + 4x^2$$

а по условию это равно 102. Получаем равенство

$$\begin{aligned} 2 \cdot \left(\frac{3x}{2}\right)^2 + 4x^2 &= 102 \\ 8,5x^2 &= 102 \\ x^2 &= 12 \end{aligned}$$

Таким образом, мы нашли разность серой и белой площади. Значит, ответом к задаче является число  $102 - 12 = 90$ .

6. По обе стороны дороги стоят столбы так, что расстояние между первым и последним столбами с каждой стороны равно 37 км. С левой стороны стоит 117 столбов, и расстояние между соседними столбами одинаковое. С правой стороны расстояние между соседними столбами тоже одинаковое, но оно на треть больше, чем с левой. Сколько всего столбов стоит справа?

**Ответ:** 88.

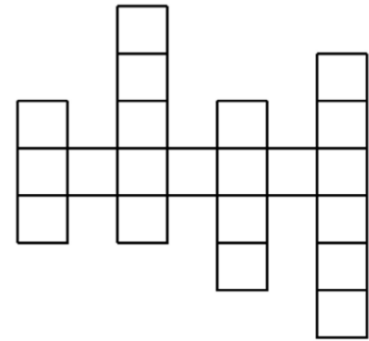
**Решение.** С левой стороны стоит 117 столбов, между ними есть 116 одинаковых промежутков. Значит, длина одного промежутка между двумя соседними столбами с левой стороны равняется  $\frac{37}{116}$  км.

С правой стороны расстояние между соседними столбами на треть больше, поэтому оно равняется  $\frac{37}{116} \cdot \frac{4}{3} = \frac{37}{87}$  км. Значит, с правой стороны 87 промежутков и, соответственно, 88 столбов.

7. На рисунке изображена клетчатая доска. Будем считать, что фишка на этой доске *видит* другую фишку, если они расположены либо в одной вертикали, либо в одной горизонтали, причём между ними нет границ доски.

Сколькими способами можно расставить 5 фишек на этой доске так, чтобы никакие две из них не *видели* друг друга?

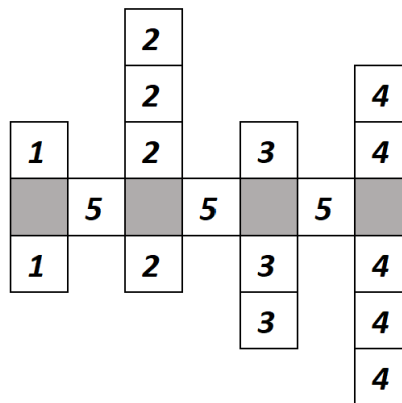
**Ответ:** 360.



**Решение.** Доска состоит из пяти линий: четырёх вертикалей и одной горизонтали. Заметим, что в каждой из них может стоять не более одной фишки, но так как фишек ровно 5 и линий ровно 5, то в каждой линии должна быть ровно одна фишка.

Никакая фишка не может стоять в пересечении двух линий, так как иначе фишек было бы меньше 5. Такие клетки покрасим серым цветом. Тогда

- первую фишку можно поставить в одну из 2 клеток с номером 1;
- вторую фишку можно поставить в одну из 4 клеток с номером 2;
- третью фишку можно поставить в одну из 3 клеток с номером 3;
- четвёртую фишку можно поставить в одну из 5 клеток с номером 4;
- пятую фишку можно поставить в одну из 3 клеток с номером 5.



Таких расстановок ровно  $2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 3 = 360$ . Очевидно, что все они удовлетворяют условию.

8. Андрей, Боря, Вера, Галя, Денис и Елена решили сыграть в настольную игру. Они разбились на три команды, каждая из которых состоит из мальчика и девочки. Цель игры — получить как можно больше очков.

К концу игры все дети суммарно набрали 151 очко, причём в каждой команде девочка набрала на 5 очков больше, чем мальчик. При этом если к числу очков Андрея прибавить число очков Гали, то получится 52, а если прибавить число очков Веры, то получится 48. Известно, что каждый из детей набрал целое число очков. Сколько очков набрала Елена? (Каждый из детей набрал целое число очков.)

**Ответ:** 27.

Решение. Пусть Андрей набрал  $A$  очков, Боря —  $B$  очков, Вера —  $V$  очков, Галя —  $G$  очков, Денис —  $D$  очков, Елена —  $E$  очков.

По условию задачи девочка, которая была в одной команде с Андреем, набрала  $A+5$  очков. Тогда вместе они набрали  $2A + 5$  очков, что не может равняться 48 или 52 из-за чётности. Значит, Андрей был в одной команде с Еленой.

Заметим, что Елена набрала на 5 очков больше, чем Андрей, поэтому  $E + G = A + 5 + G = 52 + 5 = 57$  очков. Тогда нетрудно вычислить, сколько очков набрали Боря и Денис в сумме.

$$B + D = 151 - A - V - G - E = 151 - (E + G) - (A + V) = 151 - 57 - 48 = 46.$$

Теперь можно посчитать, сколько в сумме набрали Вера и Галя.

$$V + G = (B + 5) + (D + 5) = 46 + 10 = 56.$$

Осталось вычислить, сколько очков набрал Андрей.

$$2A = (A + V) + (A + G) - (V + G) = 48 + 52 - 56,$$

$$2A = 44,$$

$$A = 22.$$

Таким образом, Елена набрала  $22 + 5 = 27$  очков.