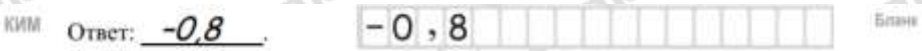
Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 219
Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.



При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

ЖЕЛАЕМ УСПЕХА!

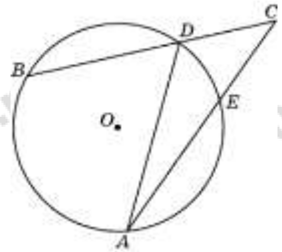
Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерения писать не нужно.

1. Угол ACB равен $42°$. Градусная мера дуги AB окружности, не содержащей точек D и E, равна $124°$. Найдите угол DAE. Ответ дайте в градусах.



2. Даны векторы $\vec{a}(-7;4)$, $\vec{b}(9;-1)$ и $\vec{c}(8;-2)$. Найдите длину вектора $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$.

3. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 4. Диагональ параллелепипеда равна 6. Найдите площадь поверхности параллелепипеда.

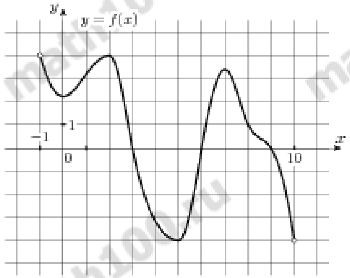
4. На борту самолёта 12 мест рядом с запасными выходами и 18 мест за перегородками, разделяющими салоны. Остальные места неудобны для пассажира высокого роста. Пассажир В. высокого роста. Найдите вероятность того, что на регистрации при случайном выборе места пассажиру В. достанется удобное место, если всего в самолёте 300 мест.

5. Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна $0{,}97$. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна $0{,}89$. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

6. Найдите решение уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}=81^x$.

7. Найдите значение выражения $a\left(36a^2-25\right)\left(\frac{1}{6a+5}-\frac{1}{6a-5}\right)$ при $a=36{,}7$

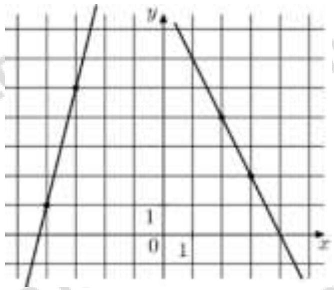
8. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-1;10)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=-3$.



9. Небольшой мячик бросают под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полета мячика, выраженная в метрах, определяется формулой $H=\frac{v_0^2}{4g}(1-\cos 2\alpha)$, где $v_0=20$ м/с — начальная скорость мячика, а g — ускорение свободного падения (считайте $g=10$ м/с^2). При каком наименьшем значении угла α (в градусах) мячик пролетит над стеной высотой 4 м на расстоянии 1 м?

10. На изготовление 475 деталей первый рабочий тратит на 6 часов меньше, чем второй рабочий на изготовление 550 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 3 детали больше, чем второй. Сколько деталей в час делает первый рабочий?

11. На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



12. Найдите наибольшее значение функции

$$y=\sqrt{5-4x-x^2}$$

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13-19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

13. а) Решите уравнение

$$\cos 2x - 5\sqrt{2}\cos x - 5 = 0$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$.

14. Точка O — точка пересечения диагоналей грани CDD_1C_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Плоскость DA_1C_1 пересекает диагональ BD_1 в точке F.

а) Докажите, что $BF : FD_1 = A_1F : FO$.

б) Точки M и N — середины ребер AB и AA_1, соответственно. Найдите угол между прямой MN и плоскостью DA_1C_1.

15. Решите неравенство:

$$9^x - 2\cdot 6^x - 3\cdot 4^x \le 0$$

16. Инна Николаевна получила кредит в банке под определенный процент годовых. В конце первого и второго года в счет погашения кредита она возвращала в банк $1/9$ от всей суммы, которую она должна была банку к этому времени. В конце третьего года в счет полного погашения кредита Инна Николаевна внесла в банк сумму, которая на $12{,}5\%$ превышала величину полученного кредита. Какой процент годовых по кредиту в данном банке?

17. Биссектриса CD угла ACB при основании равнобедренного треугольника ABC $(AB = AC)$ делит сторону AB так, что $AD = BC = 2$.

а) Докажите, что $CD = BC$.

б) Найдите площадь треугольника ABC.

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy - x + 8)\cdot\sqrt{y - x + 8} = 0 \\ y = 2x + a \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения.

19. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т.д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11.

а) Приведите пример задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 2, 4, 6, 8, 10.

б) Существует ли пример таких задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 18, 19, 20, 22?

в) Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНОМУ ВАРИАНТУ 219

1	20	Решение
2	25	
3	64	Решение
4	0,1	Решение
5	0,08	Решение
6	– 0,2	Решение
7	– 367	Решение
8	4	Решение
9	30	Решение
10	25	Решение
11	11	Решение
12	3	Решение

13	а) $\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k;\quad k\in Z;$ б) $-\frac{11\pi}{4}.$	Решение
14	$\operatorname{arctg}\sqrt{2}.$	
15	$\left(-\infty;\log_{1,5}3\right].$	Решение
16	12,5.	Решение
17	$\sqrt{5+2\sqrt{5}}.$	Решение
18	$\left(-16;-9\right]\cup\left\{-7;9\right\}.$	
19	а) 2, 2, 2, 2, 2; б) нет; в) 7, 8, 8, 8, 10 или 7, 8, 10, 16.	