

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1 (20 баллов)**

На симметричном клине располагаются два бруска с одинаковой массой, которые соединены через идеальный неподвижный блок невесомой и нерастяжимой нитью. Клины начинают вращаться с постоянной угловой скоростью  $\omega$  вокруг оси симметрии. Определите при каком взаиморасположении грузы будут покоиться? Коэффициент трения между грузами и клином  $\mu = 1/6$ , угол наклона сторон клина к горизонту  $\alpha = 45^\circ$ . Бруски не отрываются от поверхности клина, ускорение свободного падения равно  $g$ , длина нити равна  $L = g \omega^2 / \sqrt{2}$ . Размером блока пренебречь.

**Задание 2 (20 баллов)**

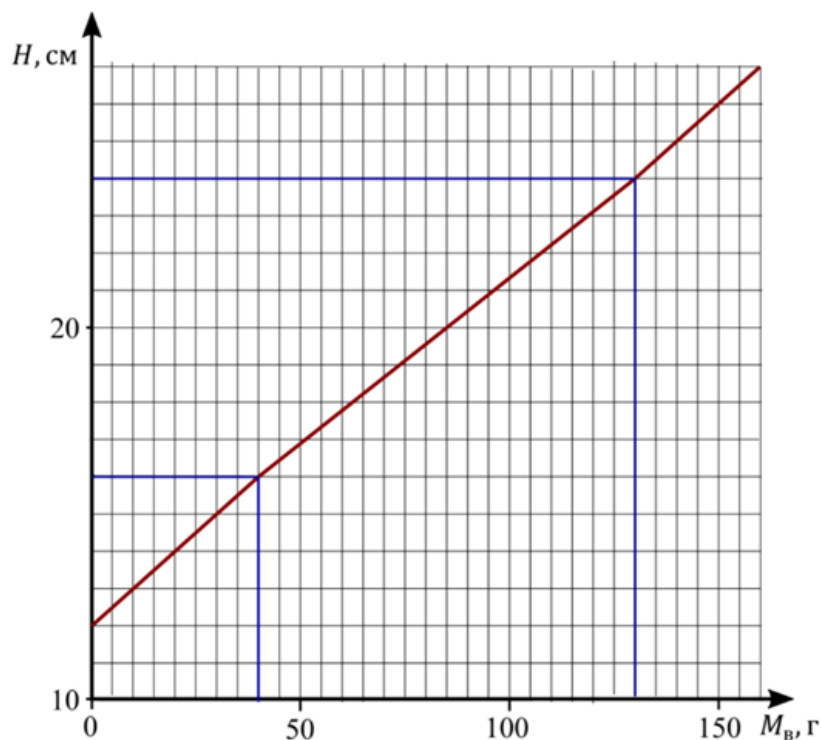
В далеком 1958 году маленький воробей пролетал над военной базой в Китае. Местные жители решили избавиться от «вредителя» с помощью старинной пушки. Воробей увидел, как из пушки вылетело ядро. Направление скорости ядра к горизонту в момент выстрела он определил равным  $\alpha = 45^\circ$ . Ровно через  $t_1 = 2$  с он услышал оглушающий хлопок. Если бы он не сменил вовремя траекторию, то через  $t_2 = 10$  с после выстрела снаряд поразил бы его. Определите, с какой скоростью вылетел снаряд из пушки, и на каком расстоянии он приземлился. Считать, что воробей летел строго параллельно горизонту по направлению к пушке с постоянной скоростью  $V = 46$  км/ч. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, скорость распространения звука в воздухе 330 м/с. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задание 3 (20 баллов)**

Внутри цилиндрического стакана находится лёд, плотно прилегающий к стенкам стакана и дну, внутри которого находится кусочек свинца. В данный стакан медленно начинают заливать теплую воду. График зависимости уровня воды ( $H$ ) в стакане от количества залитой воды представлен на рисунке. На графике выделены две точки излома. Определите по данному графику:

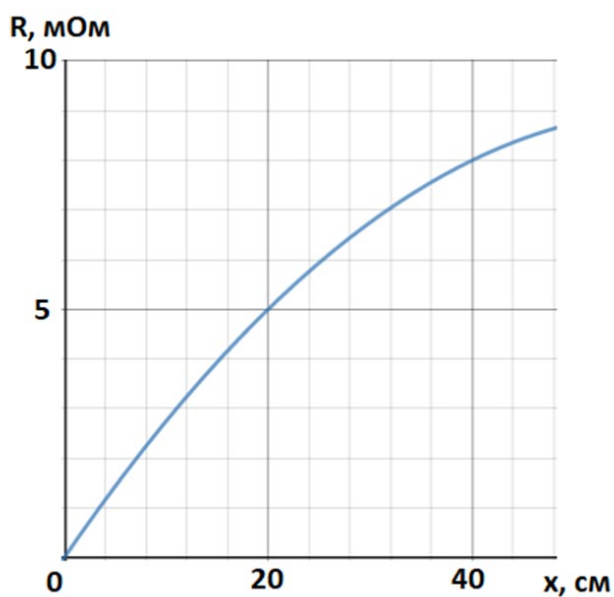
- 1) Начальную массу льда в стакане
- 2) Массу свинца
- 3) Начальную температуру заливаемой воды и льда

Считать, что теплопроводность достаточно высокая и потери в окружающую среду отсутствуют. Плотность воды  $\rho_v = 1000$  кг/м<sup>3</sup>, плотность льда  $\rho_l = 900$  кг/м<sup>3</sup>, плотность свинца  $\rho_c = 11350$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость воды  $c_v = 4200$  Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость льда  $c_l = 2100$  Дж/(кг·°C), удельная теплоемкость свинца  $c_c = 140$  Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 330$  кДж/кг.



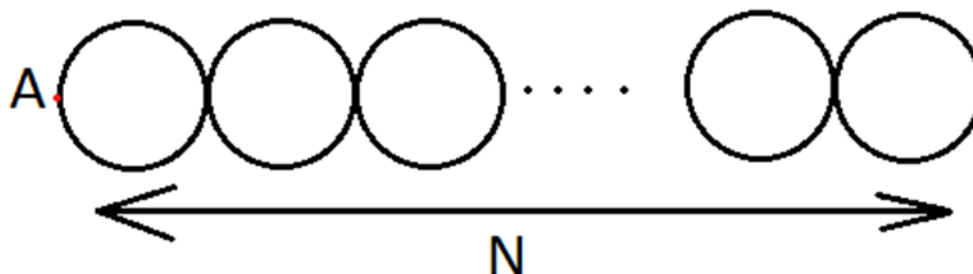
**Задание 4 (20 баллов)**

Юному школьнику дали задание – измерить зависимость сопротивления провода от его длины. Школьник решил начать делать измерения, не доставая из коробки провод. Он вытащил часть провода из коробки таким образом, что концы провода остались внутри. Один контакт омметра он расположил на произвольном участке вытянутого провода, а второй начал плавно отодвигать от первого. Результаты данного эксперимента вы можете увидеть на графике зависимости показания омметра от расстояния между клеммами вдоль провода:



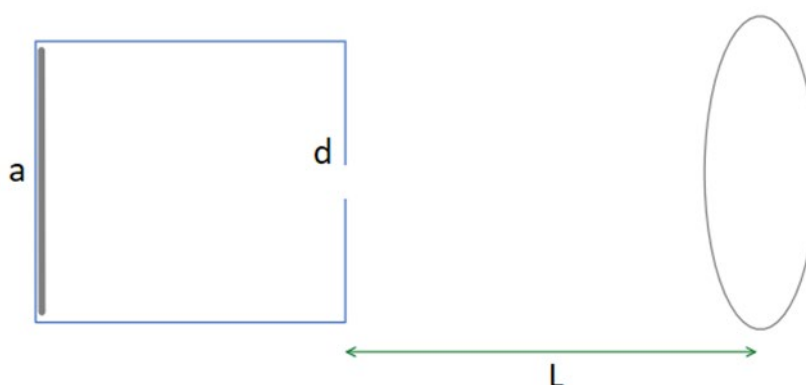
Объясните, почему на графике зависимость нелинейна? Какова минимально возможная длина провода в коробке?

Учитель, который увидел данную работу и условия её выполнения, после небольшого шока дал ученику другое задание: взять оголенный провод длины  $L$  и сопротивления  $R$  и скрутить из него  $N$  одинаковых колечек не разрывая провод, как показано на рисунке. Первый контакт омметра он велел ему расположить в точке  $A$ , располагающейся на оси симметрии, а второй начать плавно отодвигать от точки  $A$  вдоль провода. Изобразите схематично график зависимости показаний омметра от расстояния по горизонтали между клеммами прибора  $R(x)$  в данном случае. Укажите характерные точки и масштабы графика.



### Задание 5 (20 баллов)

Юный экспериментатор Алексей решил почувствовать себя первооткрывателем фотографии: в кубической коробке с длиной стороны около 30см он проделал небольшое отверстие диаметра  $d$ , поместил чувствительную к свету фотоплёнку на противоположную внутреннюю стенку камеры и решил сфотографировать свой пятиэтажный дом, см. рис. Фотоплёнка заслоняет собой почти всю стенку. Оцените, какого размера  $d$  отверстие в стенке камеры Алексей должен произвести и на каком расстоянии  $L$  следует поместить камеру от дома, чтобы получилась его качественная фотография? Предлагаем вам определить параметр качества фотографии самостоятельно – и обязательно подсчитать его при ваших выбранных параметрах. В решении опишите все, на ваш взгляд, необходимые рассуждения и допущения, а также преимущества и недостатки выбранных вами параметров. Разрешение используемой Алексеем фотоплёнки составляет около 100мкм.



Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1 (20 баллов)**

Большой по площади водоём с плоским дном заполнен водой глубины  $d$ . Далеко от его краёв находится вертикально расположенная труба, выходящая из дна. Верхний конец трубы запаян и находится вровень с водной поверхностью. Диаметр трубы мал по сравнению с её длиной. Через нижний конец трубы в неё подаётся насосом вода, которая вытекает из отверстий, проделанных на её боковой поверхности. Отверстия распределены таким образом, что вода из трубы вытекает во все стороны и по всей её длине с одинаковой интенсивностью. Полный расход жидкости (объём в единицу времени) равен  $Q$ .

- 1) На поверхность жидкости на расстоянии  $r$  от оси трубы упало лёгкое семечко тополя, после чего оно стало, оставаясь на поверхности, переноситься жидкостью вдоль прямой, проходящей через ось трубы. Найдите зависимость координаты этого семечка от времени.
- 2) Найдите слабое отклонение формы поверхности жидкости от горизонтальной плоскости.

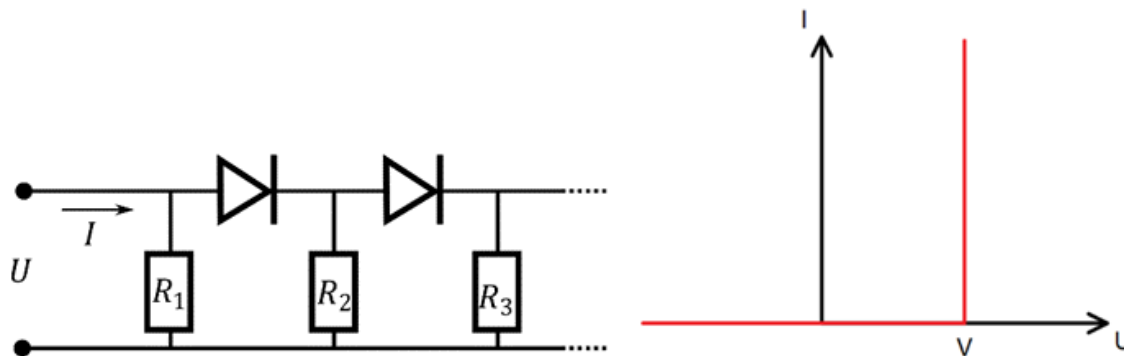
Считайте, что течение жидкости постоянно во времени, влияние вязкости на распределение течения в пространстве пренебрежимо мало. Число Фруда, определяемое как максимальный угол наклона поверхности в радианах, мало, так что пункт 1) следует решать, приняв поверхность жидкости идеально плоской. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**Задание 2 (20 баллов)**

Тепловая машина работает по циклу, состоящему из двух изобар и двух изохор. Определите, какой максимальный КПД возможен у данной машины, если отношение максимальной к минимальной температуре равно 4. В качестве рабочего газа используется гелий.

**Задание 3 (20 баллов)**

Бесконечная линия состоит из идеальных диодов с напряжением открытия, равным  $V$  (вольт-амперная характеристика диода представлена на рисунке), а также резисторов с сопротивлением  $R_n = R/n$ , где  $n$  – номер звена линии, смотри рисунок. Найдите вольт-амперную характеристику всей цепи. Какой приближённой формулой её можно описать при больших напряжениях  $U \gg V$ ?



**Задание 4 (20 баллов)**

В далеком 1958 году маленький воробей пролетал над военной базой в Китае. Местные жители решили избавиться от «вредителя» с помощью старинной пушки. Воробей увидел, как из пушки вылетело ядро. Направление скорости ядра к горизонту в момент выстрела он определил равным  $\alpha = 45^\circ$ . Ровно через  $t_1 = 2$  с он услышал оглушающий хлопок. Если бы он не сменил вовремя траекторию, то через  $t_2 = 10$  с после выстрела снаряд поразил бы его. Определите, с какой скоростью вылетел снаряд из пушки, и на каком расстоянии он приземлился. Считать, что воробей летел строго параллельно горизонту по направлению к пушке с постоянной скоростью  $V = 46$  км/ч. Ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup>, скорость распространения звука в воздухе 330 м/с. Сопротивление воздуха пренебрежимо мало.

**Задание 5 (20 баллов)**

Для определения значения ускорения свободного падения  $g$  проводилось измерение параметров траектории движения круглого шара диаметром  $10$  см, который подбрасывался вертикально вверх на высоту около  $H_0=6$  метров. Измерялось время  $T$  пролёта шара вверх до точки остановки и высота  $H$ , на которую шар поднялся за время  $T$ ; измерение величин  $T$  и  $H$  можно считать абсолютно точным.

Однако оказалось, что эксперименты с железным шаром и с резиновым мячиком в качестве шара того же размера дают немного отличающиеся значения константы  $g$ . Оцените погрешность измерения  $g$  для обоих экспериментов, возникающую вследствие сопротивления воздуха.

*Указание:* на релевантных скоростях движения следует считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости шара. Для справки, динамическая вязкость воздуха  $\eta=2 \cdot 10^{-5}$  Па·с.

Время выполнения заданий – 240 минут

Максимальное количество баллов – 100

**Задание 1 (20 баллов)**

Большой по площади водоём с плоским дном заполнен водой глубины  $d$ . Далеко от его краёв находится вертикально расположенная труба, выходящая из дна. Верхний конец трубы запаян и находится вровень с водной поверхностью. Диаметр трубы мал по сравнению с её длиной. Через нижний конец трубы в неё подаётся насосом вода, которая вытекает из отверстий, проделанных на её боковой поверхности. Отверстия распределены таким образом, что вода из трубы вытекает во все стороны и по всей её длине с одинаковой интенсивностью. Полный расход жидкости (объём в единицу времени) равен  $Q$ .

- 1) На поверхность жидкости на расстоянии  $r$  от оси трубы упало лёгкое семечко тополя, после чего оно стало, оставаясь на поверхности, переноситься жидкостью вдоль прямой, проходящей через ось трубы. Найдите зависимость координаты этого семечка от времени.
- 2) Найдите слабое отклонение формы поверхности жидкости от горизонтальной плоскости.

Считайте, что течение жидкости постоянно во времени, влияние вязкости на распределение течения в пространстве пренебрежимо мало. Число Фруда, определяемое как максимальный угол наклона поверхности в радианах, мало, так что пункт 1) следует решать, приняв поверхность жидкости идеально плоской. Ускорение свободного падения равно  $g$ .

**Задание 2 (20 баллов)**

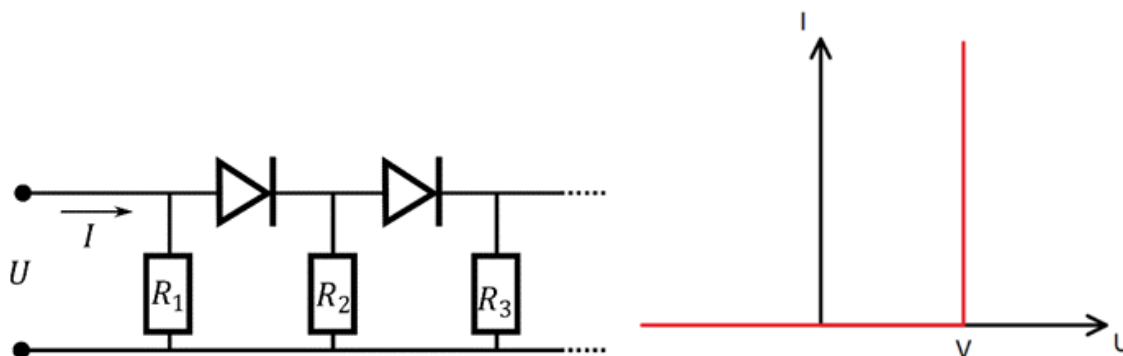
Планета Железяка имеет идеально сферическую и идеально гладкую поверхность. Кроме того, вследствие процессов в ядре планеты, она может изменять свой радиус. При этом сферичность и гладкость поверхности сохраняются. По поверхности планеты могут двигаться без трения маленькие железные удлинённые шайбы, представляющие собой цилиндры с эллиптическим основанием, лежащие на торце. Между собой шайбы сталкиваются абсолютно упруго. Шайбы случайно раскиданы по поверхности планеты, среднее расстояние между шайбами велико по сравнению с их размерами, но мало по сравнению с радиусом планеты. Всего шайб  $N$ , масса одной шайбы  $m$ .

- 1) В начальный момент времени все шайбы покоились. Затем каждой шайбе сообщили поступательную случайно направленную вдоль поверхности скорость, по абсолютному значению равную  $v$ . Чему будет равна средняя кинетическая энергия поступательного движения брусков через большое время? В течение этого времени Железяка не изменяла свой радиус.
- 2) После этого Железяка медленно увеличила свой радиус в 8 раз. Во сколько раз изменилась средняя кинетическая энергия поступательного движения шайб к концу этой стадии расширения?
- 3) Затем Железяка быстро увеличила свой радиус в 2 раза. Во сколько раз изменилась средняя кинетическая энергия поступательного движения шайб к моменту окончания быстрой стадии расширения?

Большое время, медленность и быстрота процессов расширения определяются относительно среднего времени между столкновениями шайб. Ускорение свободного падения на поверхности планеты всегда остаётся на столько сильным, что в процессе расширения планеты шайбы не отрываются от неё.

### Задание 3 (20 баллов)

Бесконечная линия состоит из идеальных диодов с напряжением открытия, равным  $V$  (вольт-амперная характеристика диода представлена на рисунке), а также резисторов с сопротивлением  $R_n = R/n$ , где  $n$  – номер звена линии, смотри рисунок. Найдите вольт-амперную характеристику всей цепи. Какой приближённой формулой её можно описать при больших напряжениях  $U \gg V$ ?



### Задание 4 (20 баллов)

Для изготовления барабана Чебурашка использовал размеченную «в клеточку» посеребрённую тонкую кожу. Пока кожа была нерастянута, размер всех клеточек был  $a = 10$  мм. Когда Чебурашка аккуратно натянул кожу на металлическое кольцо барабана радиуса  $r = 20$  см, все клеточки остались квадратными, но их размеры увеличились до  $a' = 11$  мм. При этом сила упругости в металле, действующая вдоль кольца вследствие сжатия, оказалась равной  $T = 30$  Н. При испытании барабана давление в резонаторе барабана понизили на  $\Delta p = 100$  Па по сравнению с атмосферным. На каком расстоянии  $h$  от барабана соберутся лучи, отраженные от мембраны, если осветить его плоским пучком, параллельным оси барабана?

### Задание 5 (20 баллов)

Для определения значения ускорения свободного падения  $g$  проводилось измерение параметров траектории движения круглого шара диаметром  $10$  см, который подбрасывался вертикально вверх на высоту около  $H_0 = 6$  метров. Измерялось время  $T$  пролёта шара вверх до точки остановки и высота  $H$ , на которую шар поднялся за время  $T$ ; измерение величин  $T$  и  $H$  можно считать абсолютно точным.

Однако оказалось, что эксперименты с железным шаром и с резиновым мячиком в качестве шара того же размера дают немного отличающиеся значения константы  $g$ . Оцените погрешность измерения  $g$  для обоих экспериментов, возникающую вследствие сопротивления воздуха.

Указание: на релевантных скоростях движения следует считать, что сила сопротивления воздуха пропорциональна квадрату скорости шара. Для справки, динамическая вязкость воздуха  $\eta = 2 \cdot 10^{-5}$  Па·с.