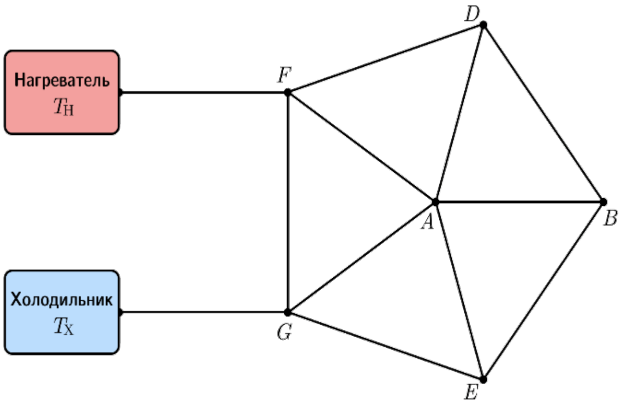
**Время выполнения заданий — 240 минут.**
**Максимальное количество баллов — 100.**

**Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк.**

***Задача 1.*** В результате большого невезения снаряд, выпущенный из пушки с начальной скоростью $v_0 = 300$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, взорвался на восходящей части траектории на высоте равной трём четвертям от максимальной, разлетевшись на два осколка. Осколки поразили сразу две цели: планируемую и стреляющую. Причем тот осколок, который поразил планируемую цель, в момент взрыва имел только горизонтальную составляющую скорости. Определите с какой задержкой во времени осколки поразят каждый свою цель. Ускорение свободного падения принять равным $g = 10$ м/$c^2$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

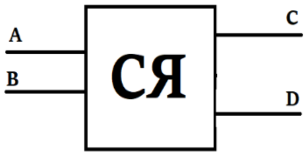
***Задача 2.*** Два резервуара, в которых поддерживаются температуры $T_н = 73$°C и $T_х = -11$°C, соединены между собой с помощью 12 одинаковых теплопроводящих стержней так, как показано на рисунке. Резервуар при большей температуре называется нагревателем, а резервуар при меньшей температуре — холодильником. Теплопроводящая система теплоизолирована. Приток тепла осуществляется только от нагревателя, а отвод — только через холодильник.




1. Сравните установившиеся температуры точек $A$ и $B$ соединения стержней.
2. Во сколько раз разность установившихся температур на концах стержня $FA$ больше разности установившихся температур на концах стержня $DB$?
3. Определите разность установившихся температур на концах стержня $DB$.
4. Найдите установившуюся температуру точки $E$ соединения стержней.

Считайте, что мощность теплового потока $P$ вдоль стержня (количество теплоты, проходящее в единицу времени) пропорциональна разности температур $\Delta T$ на его концах, то есть $P = k \cdot \Delta T$, где $k$ — постоянный коэффициент пропорциональности.

***Задача 3.*** Экспериментатор Костя провел серию измерений над серым ящиком, показанным на рисунке. Внутри ящика оказалось 4 светодиода. Костя поочередно замыкал разными способами на батарейку контакты, выходящие из серого ящика. Потом он решил еще попарно соединять провода. Итоги вы можете увидеть в таблице, где в третьем столбце показано количество включённых диодов. Помогите Косте восстановить схему подключения светодиодов внутри серого ящика. Диоды считайте идеальными.

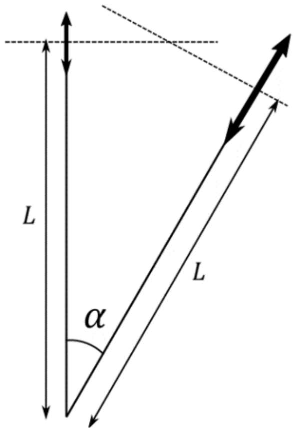



| “+” | “—” | Кол-во |
|---|---|---|
| A | B | 0 |
| A | C | 1 |
| A | D | 0 |
| B | A | 2 |
| C | A | 0 |
| D | A | 1 |

| “+” | “—” | Кол-во |
|---|---|---|
| B | C | 4 |
| B | D | 1 |
| C | B | 0 |
| D | B | 0 |
| C | D | 0 |
| D | C | 3 |

| “+” | “—” | Кол-во |
|---|---|---|
| BD | C | 3 |
| B | AC | 3 |
| A | CD | 1 |
| AB | C | 3 |
| B | AD | 1 |
| D | BC | 3 |

***Задача 4.*** Две собирающие линзы, имеющие радиусы 1.5 см и 4 см, расположены под углом $\alpha = 2/7$ рад друг к другу, как показано на рисунке. Их оптические оси лежат в одной плоскости, на Рисунке они показаны штрихованными линиями. Расстояние $L = 36$ см. Фокусное расстояние левой линзы $f$ в два раз меньше фокусного расстояния правой линзы. Известно, что если пустить луч горизонтально слева на левую лизну на $y = 72/49$ см выше оптической оси, то он пройдёт через вторую линзу и в итоге отклонится на $\beta = 9/98$ рад вниз. Каково фокусное расстояние каждой линзы? Считайте, что приближение $\sin\varphi \approx \varphi$ работает вплоть до углов $\varphi \approx \pi/6$, а также тем, что при малых углах $\cos\varphi = 1 - \varphi^2/2$.

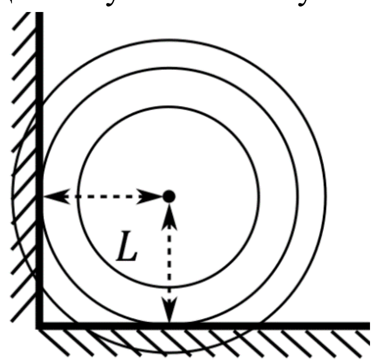



***Задача 5.*** Из корабельной пушки произвели выстрел под углом $\alpha = 30°$ к горизонту, когда корабль находился над Марианской впадиной. Марианская впадина представляет собой длинный желоб глубиной $h = 10$ км. Направление выстрела совпало с направлением вдоль желоба. Расчётная дальность выстрела равна $10\,000$ м при условии, что полёт снаряда производится над сушей. Однако из-за того, что плотность воды меньше плотности земной коры, ускорение свободного падения над Марианской впадиной немного отличается от его значения над сушей. Оцените, на сколько будет отличаться дальность полета снаряда от расчётной. Считайте, что средняя плотность земной коры равна $\rho_к = 3\,000$ кг/м$^3$, а средняя плотность планеты Земля равна $\rho_з = 5\,500$ кг/м$^3$. Корабль считать неподвижным, сопротивлением воздуха пренебречь.

**Время выполнения заданий — 240 минут.**
**Максимальное количество баллов — 100.**
**Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк.**

***Задача 1.*** Шайба может двигаться без трения по дну поверхности, представляющей из себя вогнутую сферу. Период малых колебаний шайбы равен $T$. Движение шайбы ограничили двумя гладкими прямыми стенками, ортогональными друг другу, см. на Рисунке вид сверху. Шайба от стенок отскакивает абсолютно упруго, а стенки в вертикальном направлении наклонены так, что при отскоке шайба не отрывается от поверхности. Обе стенки находятся на расстоянии $L$ от вертикальной оси, проходящей через нижнюю точку поверхности.

1. С какой скоростью (амплитуда и направление) надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодичным с периодом движения $3T/4$? Найдите и нарисуйте две существенно различные траектории движения с таким периодом.
2. С какой скоростью надо выпустить шайбу из нижней точки поверхности, чтобы движение шайбы было периодическим с периодом движения $2T$? Нарисуйте пример траектории с таким периодом движения.



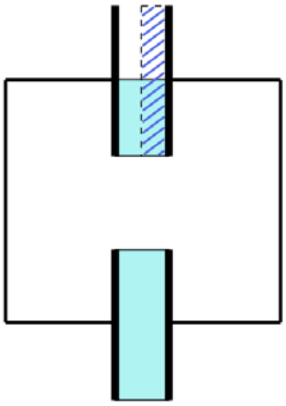

Расстояние $L$ мало по сравнению с радиусом кривизны поверхности и велико по сравнению с размером шайбы.

***Задача 2.*** Двумя одинаковыми пружинами, имеющими длину $L$ в состоянии равновесия, соединили два одинаковых груза (размер грузов мал по сравнению с $L$), сделав кольцо. Эту конструкцию разместили в желобе длиной $2L$, имеющем форму окружности, по которому грузы могут двигаться без трения. Если обоим грузам, исходно находившимся в положениях равновесия, придать скорость v во встречных направлениях вдоль желоба, то они будут колебаться с частотой $\omega$ и с амплитудами $L/10$. Теперь конструкцию достали, распилили один из грузов на две равные части, так что теперь конструкция стала линейной с одним целым грузом посередине и двумя половинными по краям, и положили в прямой желоб, по которому все три груза могут также двигаться без трения. Исходно эта конструкция покоилась.

1. В первом эксперименте двум крайним грузам придали скорость v во встречных направлениях.
2. Во втором эксперименте двум крайним грузам придали скорость v в одном и том же направлении.
3. В третьем эксперименте одному крайнему грузу придали скорость v, направленную к центру системы.

Опишите дальнейшее движение линейной конструкции во всех трёх экспериментах.

***Задача 3.*** При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.



***Задача 4.*** Конденсаторы представляют собой плоские прямоугольные ящички с металлическими боковыми стенками, покрытыми тонкой диэлектрической плёнкой. Внутри ящички заполнены водой (диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = 81$). Конденсаторы подключают поочередно к источнику питания и соединяют между собой параллельно. Суммарно источником питания была затрачена работа $W_0 = 100$ мДж. В результате поломки из одного из конденсаторов вылилась половина воды. Оставшаяся половина воды распределилась в этом конденсаторе так, что соединила собою обкладки, а граница с воздухом оказалась нормальной к обкладкам, см. Рисунок. Какую работу нужно совершить, чтобы прижать воду к одной из обкладок, так чтобы граница воды с воздухом была параллельна обкладкам (соответствующая область выделена штриховкой на Рисунке)? Гравитацией и капиллярными эффектами пренебречь.

***Задача 5.*** На корабле вертикально установлена цилиндрическая труба с радиусом $R = 1$ м и высотой $H = 10$ м. Труба вращается с угловой скоростью $\omega = 0.3$ рад/с. Ветер дует относительно корабля со скоростью $v = 10$ м/с. Оцените силу, действующую на трубу в направлении, ортогональном направлению ветра.

**Время выполнения заданий — 240 минут.**
**Максимальное количество баллов — 100.**

**Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. При отсутствии ответа ставьте прочерк.**

***Задача 1.*** На востоке Византии в IV-V веках под влиянием религиозной мысли появилась альтернативная модель Земли, несмотря на уже имевшуюся с античных времён идею её шарообразности: Земля представляет из себя гору, помещённую в нечто вроде сундука (Космá Индикоплéвст). Будем считать, что сундук представляет из себя куб с одинаковыми по массе гранями и длиной ребра 10 тыс. км; вне сундука пустота. Гора представляет из себя пирамиду с вершиной в центре куба. Основание горы совпадает с одной из граней куба. Гора имеет однородную по своему объёму плотность. Какова должна быть эта плотность для того, чтобы на вершине горы ускорение свободного падения было равно $g = 10\ \text{м}/\text{с}^2$? Считать, что работает закон всемирного тяготения Ньютона, гравитационная постоянная $G = 6.7 \cdot 10^{-11} \text{м}^3/(\text{с}^2 \cdot \text{кг})$.

***Задача 2***. При расширении водяного пара из состояния 1 в состояние 2 по изотерме газ совершает работу 100 Дж. Если же сначала газ будет расширяться по изобаре, а потом по адиабате – в результате чего также перейдёт из состояния 1 в состояние 2, – то он совершит работу 171,8 Дж. Какую работу совершит газ, если сначала будет изобарически расширяться, а после изохорно охлаждаться, перейдя снова из состояния 1 в состояние 2? Пар считать идеальным газом.

***Задача 3***. Дан длинный тонкий прямой стержень, однородно заряженный вдоль своей длины. Противоположно заряженная маленькая частица должна вращаться в плоскости, ортогональной стержню, с угловой скоростью $\omega$ для того, чтобы оставаться на расстоянии 1 см от неподвижного стержня. Пусть теперь система из двух параллельных стержней, разделенных расстоянием 2 см и обладающих той же погонной плотностью заряда на каждом из них, вращается с той же угловой скоростью $\omega$ вокруг оси, параллельной стержням и находящейся посередине между ними. Найдите все точки, в которых та же заряженная маленькая частица может оставаться неподвижной относительно вращающихся стержней, если к ней не прикладывать никаких дополнительных внешних сил. Силами гравитационного и магнитного взаимодействий пренебречь.

***Задача 4***. Миражи появляются из-за неоднородности распределения показателя преломления в атмосфере. Пусть показатель преломления атмосферы $n(z)$ однороден по горизонтали, а по вертикали имеет зависимость: $n(z) = 1 + \Delta n$ при $z < H$, $n(z) = 1 + 2\Delta n/3 + \Delta n\,(H + h - z)/3h$ при $H < z < H + h$. На высотах $z > H + h$ показатель преломления увеличивается и постепенно возвращается на значение у поверхности Земли. Константа $\Delta n = 3 \cdot 10^{-4}$, высоты $H = 200$ м, $h = 200$ м. Каково минимальное расстояние по горизонтали, на котором предмет, расположенный на поверхности Земли, будет виден расположенным в небе? Под каким углом к горизонту он будет виден на этом расстоянии?

***Задача 5.*** Известно, что для вывода спутника на определённую орбиту совершают такой алгоритм действий: сначала его выводят на круговую околоземную орбиту. Затем на короткое время включают первый раз двигатель, в результате чего спутник выходит на эллиптичную орбиту. Наконец, в точке максимального отдаления эллиптической орбиты от Земли ещё раз на короткое время включается двигатель, и спутник выходит на круговую орбиту. Считайте, что оба раза включается один и тот же двигатель, у которого тяга остаётся постоянной во времени, а изменением массы спутника можно пренебречь. Оцените силу тяги двигателя и длительность его второго включения, необходимую для того, чтобы выйти на геостационарную орбиту (орбиту, на которой период оборота равен 1 суткам). Известно, что в первый раз маневровый двигатель включали на 100 секунд. Спутник является спутником связи типа ГЛОНАСС.