

**Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.**

**Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Разрешается предъявить к проверке черновые записи. Для этого нужно указать в бланке ответов «Смотреть черновик» и прикрепить к нему листы с черновыми записями.**

**Задача 1.** Максимальная разрешенная скорость автомобиля на кольцевой автодороге составляет 90 км/ч. На дороге через каждый километр расположены светофоры. Время, в течение которого горит красный свет светофора, равно времени, когда горит зеленый свет, и составляет 50 с. Светофоры зажигаются одновременно. Известно, что при отсутствии пробок и при движении со скоростью 72 км/ч автомобиль, начавший движение на зеленый свет, может проехать с той же скоростью всю автодорогу за полчаса, не притормаживая на светофорах. В целях борьбы с пробками в часы пик было принято решение увеличить время, когда горит зеленый сигнал светофора, в два раза, оставив время красного сигнала прежним. Как изменится кратчайшее время проезда полного кольца автодороги без нарушения правил? Считайте, что автомобиль может изменять скорость мгновенно.

**Задача 2.** Теплопроводность ограждения измеряется в Вт/(м<sup>2</sup> · °С), и определяет, какая мощность передаётся через 1 м<sup>2</sup> ограждения, если разность температур воздуха по обе стороны от него различаются на 1 °С. Дан дом, боковая поверхность которого равна 500 м<sup>2</sup>, 10% которой составляют окна, а поверхность крыши равна пятой части боковой поверхности. Теплопроводность внешних стен дома равна 0.33 Вт/(м<sup>2</sup> · °С), окон 2 Вт/(м<sup>2</sup> · °С), а крыши – 0.25 Вт/(м<sup>2</sup> · °С).

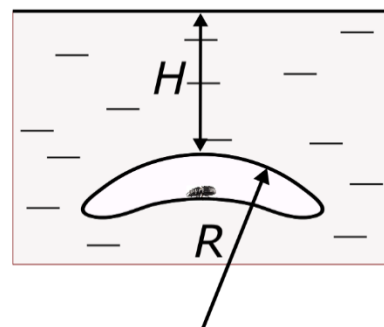
1. Какую мощность надо тратить на обогрев дома в январе, чтобы поддерживать внутри всего дома температуру 25 °С при внешней температуре –15°С?
2. Стены изнутри дома утеплили твёрдым пенопластом, теплопроводность которого равна 1 Вт/(м<sup>2</sup> · °С). На сколько сократилась требуемая мощность?

**Задача 3.** Полезная нагрузка включена последовательно с паразитным сопротивлением  $r$  и источником напряжения в цепь постоянного тока. Полезная нагрузка состоит из двух параллельно включенных сопротивлений, каждое из которых моделирует работающий завод. На этапе строительства этой системы электроснабжения хозяева заводов договорились, что их заводы будут потреблять одинаковую максимально возможную мощность, причём напряжение на источнике питания должно было равняться  $U$ . В процессе эксплуатации один из хозяев в корыстных целях в тайне от компаньона решил изменить сопротивление

своего завода так, чтобы потреблять максимально возможную мощность. Введённый в эксплуатацию источник питания при изменении нагрузки изменяет напряжение, сохраняя выдаваемую мощность.

1. Чему равны потребляемые мощности каждого завода до одностороннего изменения параметров одного из них?
2. Чему стала равна потребляемая мощность изменившего свои параметры завода и на сколько изменилась суммарная потребляемая мощность обеими заводами?

**Задача 4.** Только самые маленькие пузыри воздуха остаются почти круглыми в процессе всплывания в воде. Если пузырь воздуха, всплывающий в воде, имеет размеры порядка 10 см, то он принимает аксиально симметричную форму шляпки гриба, см. Рисунок. Жук плавает на нижней поверхности пузыря, перемещаясь вверх вместе со всем пузырём. На какой глубине увидит жука смотрящий на него вертикально сверху, находясь над поверхностью воды? Расстояние от верхней границы пузыря до поверхности воды равно  $H$ , радиус кривизны верхней границы пузыря равен  $R$ , коэффициент преломления воды  $n = 4/3$ . Размеры жука малы по сравнению с расстоянием  $h$  от него до верхней границы пузыря.



1. Пренебрегите тем, что верхняя поверхность пузыря не плоская, а изогнутая. На какой глубине тогда увидит жука наблюдатель, находящийся над водой?
2. Примите во внимание кривизну верхней поверхности пузыря и получите полный ответ.

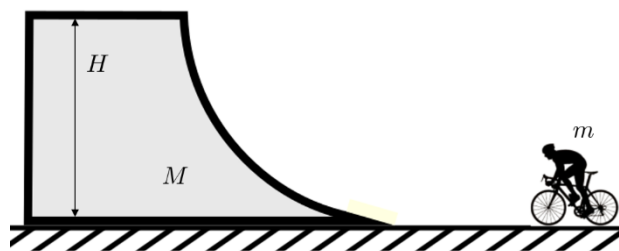
**Задача 5.** Герои романа Жюль Верна «Потерянный остров» после крушения воздушного шара оказались на необитаемом острове. У них была последняя спичка и они разожгли огонь. Однако, после затопления их жилища огонь погас. Инженер Сайрес смог опять разжечь огонь, используя линзу, сделанную из стекол от двух часов, которую он заполнил водой. Оцените, какое время понадобилось ему чтобы зажечь трут (мох), если мощность солнечного излучения равна приблизительно  $700 \text{ Вт/м}^2$ , плотность мха примерно  $100 \text{ кг/м}^3$ , теплоемкость  $2000 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{°C)}$ , температура воспламенения около  $70 \text{ °C}$ .



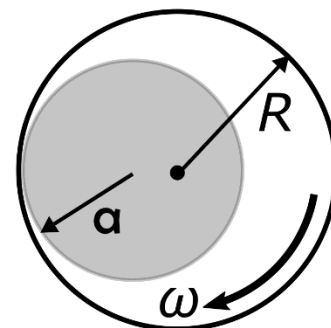
Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Разрешается предъявить к проверке черновые записи. Для этого нужно указать в бланке ответов «Смотреть черновик» и прикрепить к нему листы с черновыми записями.

**Задача 1.** Велосипедист, не крутя педали, заезжает на горку, профиль которой представляет из себя четверть окружности. Если бы горка была закреплена на поверхности, он бы подпрыгнул вверх, поднявшись от поверхности Земли на удвоенную высоту горки. Однако горка может скользить по поверхности без трения. Какой высоты достигнет велосипедист, если его масса равна  $m$ , масса горки равна  $M$ , а высота горки равна  $H$ ? Потерей энергии при трении между шинами велосипеда и поверхностью, а также кинетической энергией вращения колёс велосипеда пренебречь



**Задача 2.** Если жёсткое кольцо, насаженное на вертикальный стержень, быстро закрутить, то некоторое время оно практически не будет спускаться вниз вопреки действию силы тяжести. Пусть радиус стержня равен  $a$ , радиус кольца равен  $R > a$ , толщина кольца пренебрежимо мала. Кольцо, касаясь внутренней стороной поверхности стержня, вращается с проскальзыванием; центр кольца при этом движется по окружности радиуса  $R - a$  с центром на оси стержня (см. Рисунок). Коэффициент трения между внутренней поверхностью кольца и поверхностью стержня равен  $\mu$ . В данный момент кольцо вращается с некоторой угловой скоростью  $\omega$ .



1. Сначала пренебрегите силой тяжести, действующей на кольцо, и найдите скорость его центра масс, силу реакции опоры и силу трения, действующие со стороны стержня на кольцо.
2. Пока сила тяжести мала по сравнению с силой трения, действие гравитации можно рассматривать как малую поправку, противодействие которой слабо отклоняет силу трения от горизонтального направления. Чему в этом

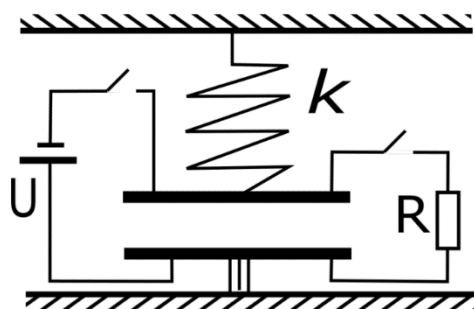
пределе будет равна скорость оседания кольца вниз? Ускорение свободного падения принять равным  $g$ .

**Задача 3.** Воздушный шарик накачан гелием до объёма  $V_0 = 3$  л. Для того, чтобы удерживать шарик у поверхности Земли, надо прикладывать силу  $F_0$ . Полагая, что атмосфера является изотермической, а давление с высотой  $h$  падает по линейному закону  $P = P_0 - P'h$ , где  $P_0 = 10^5$  Па – атмосферное давление у поверхности Земли, а константа  $P' = 12$  Па/м, найдите высоту  $H$ , до которой поднимется шарик, если его отпустить.

1. Сначала решите задачу в предположении, что объём шарика не меняется при изменении внешнего давления. Численный ответ получите для  $F_0 = 0.01$  Н.
2. Учтите теперь то, что при уменьшении внешнего давления  $P$  шарик увеличивается в размерах. Пусть расширение шарика определяется упрощённым законом  $P_{in} - P = P_\Delta$ , где  $P_{in}$  – давление внутри шарика, а константа  $P_\Delta = 10^4$  Па. Удерживающая сила равна  $F_0 = 0.001$  Н.

Плотность воздуха у поверхности Земли равна  $\rho_0 = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> считать не меняющимся с высотой.

**Задача 4.** Одна пластина конденсатора жёстко закреплена, а другая удерживается пружиной жёсткости  $k$ . Площадь пластин равна  $S$ , расстояние между пластинами в состоянии равновесия и разряженности конденсатора равно  $d$ .



1. Определите максимальный допустимый заряд на конденсаторе
2. Пусть заряд на конденсаторе равен  $Q$ . В некоторый момент его подсоединяют к резистору сопротивлением  $R$  и ждут, пока подвижная пластина конденсатора остановится. Чему будет равно тепло, выделившееся на резисторе?
3. Найдите зависимость напряжения на конденсаторе от заряда его пластин. Чему равно максимально возможное напряжение на конденсаторе?

Диэлектрическая проницаемость вакуума  $\epsilon_0 = 8.9 \cdot 10^{-12}$  Ф/м.

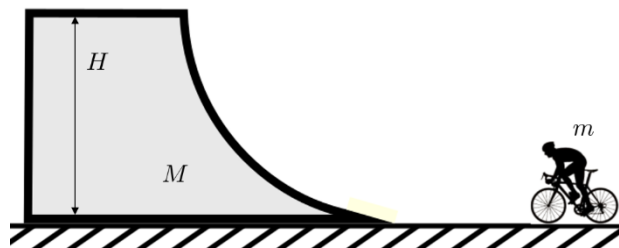
**Задача 5.** Если перевернуть стакан, до краёв наполненный водой, то она из него вытечет. Если же перевернуть открытый флакон с глазными каплями, то жидкость вытекать не будет. Оцените размер отверстия во флаконе, при котором вода будет из него вытекать. Поверхностное натяжение воды  $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}$  Н/м.



Время выполнения заданий — 240 минут.  
Максимальное количество баллов — 100.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если вы не знаете ответа, ставьте прочерк. Разрешается предъявить к проверке черновые записи. Для этого нужно указать в бланке ответов «Смотреть черновик» и прикрепить к нему листы с черновыми записями.

**Задача 1.** Велосипедист, не крутя педали, заезжает на горку, профиль которой представляет из себя четверть окружности. Если бы горка была закреплена на поверхности, он бы подпрыгнул вверх, поднявшись от поверхности Земли на удвоенную



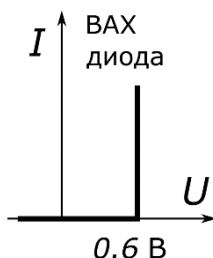
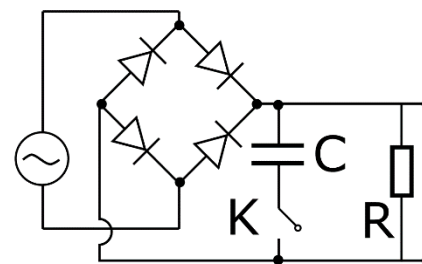
высоту горки. Однако горка может скользить по поверхности без трения. Какой высоты достигнет велосипедист, если его масса равна  $m$ , масса горки равна  $M$ , а высота горки равна  $H$ ? Потерей энергии при трении между шинами велосипеда и поверхностью, а также кинетической энергией вращения колёс велосипеда пренебречь.

**Задача 2.** Воздушный шарик накачан гелием до объёма  $V_0 = 3$  л. Для того, чтобы удерживать шарик у поверхности Земли, надо прикладывать силу  $F_0$ . Полагая, что атмосфера является изотермической, а давление с высотой  $h$  падает по линейному закону  $P = P_0 - P'h$ , где  $P_0 = 10^5$  Па – атмосферное давление у поверхности Земли, а константа  $P' = 12$  Па/м, найдите высоту  $H$ , до которой поднимется шарик, если его отпустить.

1. Сначала решите задачу в предположении, что объём шарика не меняется при изменении внешнего давления. Численный ответ получите для  $F_0 = 0.01$  Н.
2. Учтите теперь то, что при уменьшении внешнего давления  $P$  шарик увеличивается в размерах. Пусть расширение шарика определяется упрощённым законом  $P_{in} - P = P_\Delta$ , где  $P_{in}$  – давление внутри шарика, а константа  $P_\Delta = 10^4$  Па. Удерживающая сила равна  $F_0 = 0.001$  Н.

Плотность воздуха у поверхности Земли равна  $\rho_0 = 1.2$  кг/м<sup>3</sup>, ускорение свободного падения  $g = 10$  м/с<sup>2</sup> считать не меняющимся с высотой.

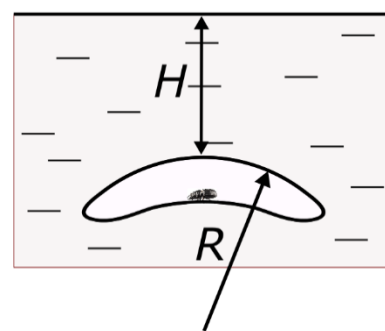
**Задача 3.** На вход схемы подаётся переменное синусоидальное напряжение с амплитудой  $U_0 = 12\text{ В}$  и частотой  $f = 50\text{ Гц}$ . Вольт-амперная характеристика диодов изображена на Рисунке, ёмкость  $C = 2 \cdot 10^{-3}\text{ Ф}$ , паразитное сопротивление  $R = 1\text{ кОм}$ .



1. Ключ  $K$  разомкнут. Нарисуйте зависимость напряжения  $U_R$  на резисторе  $R$  от времени. Чему равно максимальное напряжение? Чему равен период этой зависимости? Какую долю периода напряжение равно нулю?

2. Ключ  $K$  замыкают. Нарисуйте зависимость напряжения  $U_R$  на резисторе в этом случае. Оцените амплитуду колебаний напряжения на резисторе.

**Задача 4.** Только самые маленькие пузырьки воздуха остаются почти круглыми в процессе всплывания в воде. Если пузырек воздуха, всплывающий в воде, имеет размеры порядка  $10\text{ см}$ , то он принимает аксиально симметричную форму шляпки гриба, см. Рисунок. Жук плавает на нижней поверхности пузыря, перемещаясь вверх вместе со всем пузырьком. На какой глубине увидит жука смотрящий на него вертикально сверху, находясь над поверхностью воды? Расстояние от верхней границы пузыря до поверхности воды равно  $H$ , радиус кривизны верхней границы пузыря равен  $R$ , коэффициент преломления воды  $n = 4/3$ . Размеры жука малы по сравнению с расстоянием  $h$  от него до верхней границы пузыря.



1. Пренебрегите тем, что верхняя поверхность пузыря не плоская, а изогнутая. На какой глубине тогда увидит жука наблюдатель, находящийся над водой?
2. Примите во внимание кривизну верхней поверхности пузыря и получите полный ответ.

**Задача 5.** Если перевернуть стакан, до краёв наполненный водой, то она из него вытечет. Если же перевернуть открытый флакон с глазными каплями, то жидкость вытекать не будет. Оцените размер отверстия во флаконе, при котором вода будет из него вытекать. Поверхностное натяжение воды  $\sigma = 7 \cdot 10^{-2}\text{ Н/м}$ .



