Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!

Поздравляем – ты являешься участником заключительного этапа олимпиады по профилю «Физика»!

Сбер, как и ты, всегда стремится к амбициозным задачам и гениальным прорывам. Желаем тебе блистательной победы!!

Приступая к выполнению заданий, вы подтверждаете, что профиль и класс в заданиях соответствует сведениям, указанным вами при регистрации.

Время выполнения заданий — 240 минут.

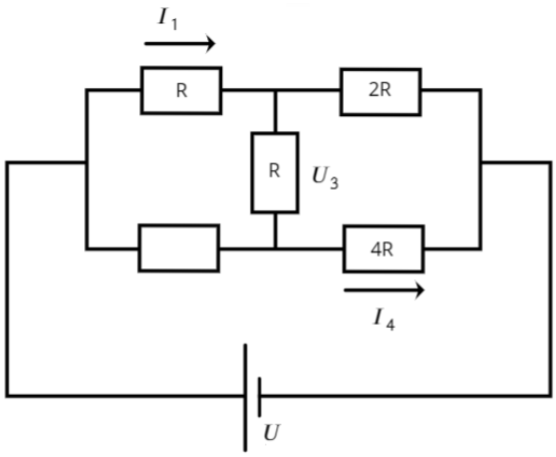
Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. По столу катят без проскальзывания и без отрыва карандаш с постоянной угловой скоростью. В сечении карандаш имеет форму правильного шестиугольника со стороной b, а его время полного оборота составляет T. Определите среднюю поступательную скорость данного карандаша и пройденный путь его вершины за период. Также определите ускорение верхней точки карандаша, в момент максимального её подъема.

Задача 2. Длинная деревянная призма с плотностью $\rho_д = 700$ кг/м^3 имеет в сечении правильный треугольник со стороной $b = 10$ см и высоту $h = 1$ м. Её горизонтально помещают в воду таким образом, что длинная сторона параллельна поверхности жидкости. В таком состоянии у неё есть 2 положения равновесия. Как ориентирована и насколько погружена в воду призма в этих положениях? Механическим воздействием призму перевели из её устойчивого положения равновесия в неустойчивое. Считая, что движение призмы было медленным, так что потерями энергии за счёт гидродинамического сопротивления можно пренебречь, найдите совершённую над призмой работу.

Задача 3. В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A$, $I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.



Задача 4. Кириллу выдали 4 одинаковых закрытых термоса с водой с маленьким отверстием на крышке и элемент Пельтье, с помощью которого можно отводить тепло от жидкости и измерять количество отведённого тепла. Количество воды и её температура во всех термосах одинаковы. Кирилл заметил, что при отводе $Q_1 = 5$ кДж тепла в первого термоса в нём начал появляться лёд. При отводе $Q_2 = 115$ кДж тепла из второго термоса из него начинает выливаться вода. Когда он отвёл $Q_3 = 165$ кДж тепла из третьего термоса, в нём остался один лёд. Определите максимально допустимую температуру кубиков льда, которые, при добавлении их в четвёртый термос к воде, охладили бы её до температуры 0 ℃ (лёд должен целиком поместиться в термос, вода не должна вылиться при добавлении льда). Плотность воды $\rho_в = 1000 кг/м^3$, плотность льда $\rho_л = 900 кг/м^3$, удельная теплоемкость воды $c_в = 4200 Дж/кг\ ℃$, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100 Дж/кг\ ℃$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

Задача 5. Известно, что при больших скоростях движения сила сопротивления в газе пропорциональна квадрату скорости. Оцените скорости падения человека в атмосфере с парашютом и без него.

Время выполнения заданий — 240 минут.

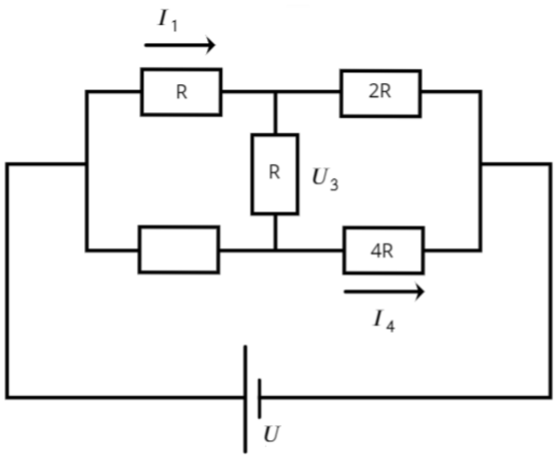
Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. По столу катят без проскальзывания и без отрыва карандаш с постоянной угловой скоростью. В сечении карандаш имеет форму правильного шестиугольника со стороной b, а его время полного оборота составляет T. Определите среднюю поступательную скорость данного карандаша и пройденный путь его вершины за период. Также определите ускорение верхней точки карандаша, в момент максимального её подъема.

Задача 2. Длинная деревянная призма с плотностью $\rho_д = 700$ кг/м^3 имеет в сечении правильный треугольник со стороной $b = 10$ см и высоту $h = 1$ м. Её горизонтально помещают в воду таким образом, что длинная сторона параллельна поверхности жидкости. В таком состоянии у неё есть 2 положения равновесия. Как ориентирована и насколько погружена в воду призма в этих положениях? Механическим воздействием призму перевели из её устойчивого положения равновесия в неустойчивое. Считая, что движение призмы было медленным, так что потерями энергии за счёт гидродинамического сопротивления можно пренебречь, найдите совершённую над призмой работу.

Задача 3. В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A$, $I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.



Задача 4. Кириллу выдали 4 одинаковых закрытых термоса с водой с маленьким отверстием на крышке и элемент Пельтье, с помощью которого можно отводить тепло от жидкости и измерять количество отведённого тепла. Количество воды и её температура во всех

термосах одинаковы. Кирилл заметил, что при отводе $Q_1 = 5$ кДж тепла в первого термоса в нём начал появляться лёд. При отводе $Q_2 = 115$ кДж тепла из второго термоса из него начинает выливаться вода. Когда он отвёл $Q_3 = 165$ кДж тепла из третьего термоса, в нём остался один лёд. Определите максимально допустимую температуру кубиков льда, которые, при добавлении их в четвёртый термос к воде, охладили бы её до температуры $0\ ^\circ\mathrm{C}$ (лёд должен целиком поместиться в термос, вода не должна вылиться при добавлении льда). Плотность воды $\rho_\text{в} = 1000 \text{кг/м}^3$, плотность льда $\rho_\text{л} = 900 \text{кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c_\text{в} = 4200 \text{Дж/кг}\ ^\circ\mathrm{C}$, удельная теплоемкость льда $c_\text{л} = 2100 \text{Дж/кг}\ ^\circ\mathrm{C}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

Задача 5. Известно, что при больших скоростях движения сила сопротивления в газе пропорциональна квадрату скорости. Оцените скорости падения человека в атмосфере с парашютом и без него.

9 класс. Решения.

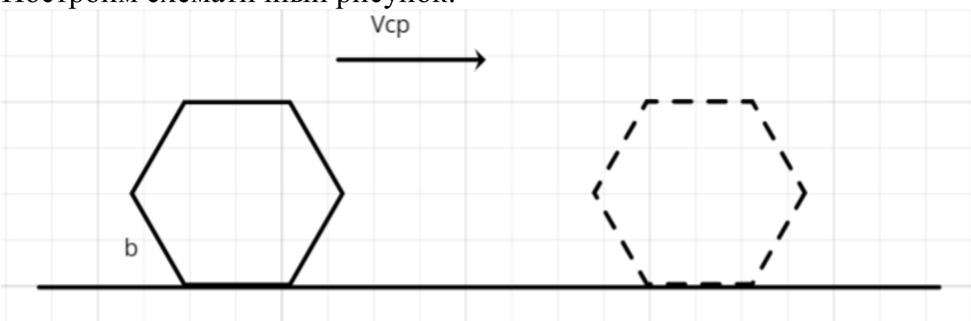
Каждая задача оценивается в 20 баллов, всего 5 задач, сумма баллов равна 100. Решение каждой задачи состоит из нескольких шагов, соответствующее разбиение по баллам приведено после решения каждой задачи.

Задача 1. Механика.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). По столу катят без проскальзывания и без отрыва карандаш с постоянной угловой скоростью. В сечении карандаш имеет форму правильного шестиугольника со стороной b, а его время полного оборота составляет T. Определите среднюю поступательную скорость данного карандаша и пройденный путь его вершины за период. Также определите ускорение верхней точки карандаша, в момент максимального её подъема.

Решение:

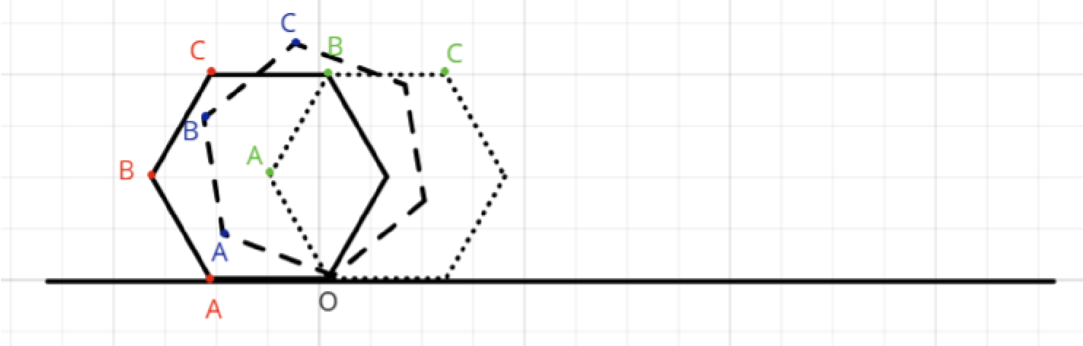
1) Построим схематичный рисунок:



2) Для определения средней поступательной скорости можно определить перемещение центра карандаша за период. Так как карандаш движется без проскальзывания, то каждая точка карандаша соприкасается с поверхностью стола, значит общее перемещение составит длину периметра карандаша, то есть 6b. Значит средняя поступательная скорость:

$$V_{\text{ср}} = \frac{6b}{T}$$

3) Теперь определим пройденный путь точки колеса. Для этого достаточно рассмотреть 1/6 периода, потому что после точки перейдут друг в друга.



Не сложно заметить, что точки A, B и C поворачиваются относительно точки O на 60 градусов, но по дугам окружностей с разными радиусами. Значит пройденный путь любой вершины колеса за период составит:

$$L = 2 \cdot \frac{2\pi}{6} \cdot (OA + OB + OC) = 2 \cdot \frac{2\pi}{6} \cdot \left(b + \sqrt{3}b + 2b\right) = 2\pi b\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$$

4) Теперь определим максимальное ускорение, которое действует на вершину карандаша. Так как точка O является мгновенной осью вращения, а все точки движутся с одинаковой угловой скоростью, то максимальное ускорение будет у максимально удаленной точки:

$$a_{\text{ц.с.}} = \omega^2 R = \omega^2 \cdot 2b = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 \cdot 2b = \frac{8\pi^2 b}{T}$$

Разбалловка

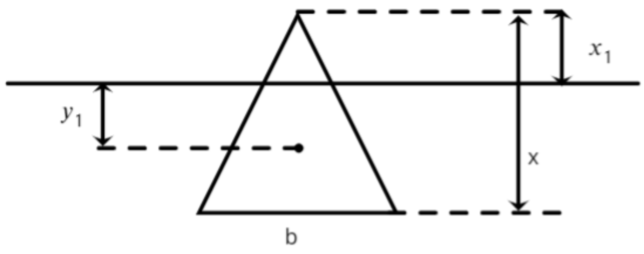
Определение поступательной скорости колеса	6 баллов
Отмечено, что при вращении относительно оси вращения все точки поворачиваются на 60 градусов	3 балла
Определены радиусы поворотов	1+1+1 балл
Определен пройденный путь за период	3 балла
Отмечено, что максимальное ускорение будет для максимально удаленной точки	2 балла
Определено максимальное ускорение	3 балла

Задача 2. Механика.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). Длинная деревянная призма с плотностью $\rho_д = 700$ кг/м^3 имеет в сечении правильный треугольник со стороной $b =$ 10 см и высоту $h = 1$ м. Её горизонтально помещают в воду таким образом, что длинная сторона параллельна поверхности жидкости. В таком состоянии у неё есть 2 положения равновесия. Как ориентирована и насколько погружена в воду призма в этих положениях? Механическим воздействием призму перевели из её устойчивого положения равновесия в неустойчивое. Считая, что движение призмы было медленным, так что потерями энергии за счёт гидродинамического сопротивления можно пренебречь, найдите совершённую над призмой работу.

Решение:

1) Отметим, что центр масс треугольника располагается на пересечении медиан. Точка пересечения делит медиану в соотношении 1:2. В равностороннем треугольнике Эта точка будет располагаться на высоте $y = \frac{b}{\sqrt{3}}$ от основания.
2) Определим глубину под водой центра масс треугольника в первом положении равновесии.



$$mg = F_A$$

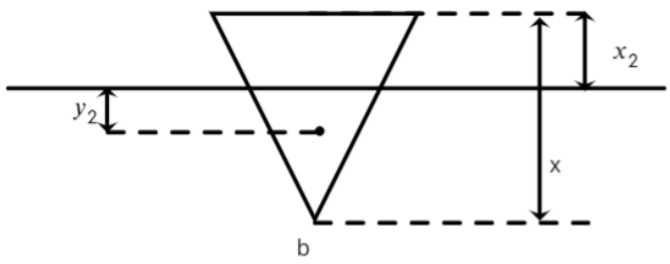
$$\rho V g = \rho_в V_{пог} g$$

$$\frac{1}{2}\rho x b h = \frac{1}{2}\rho_в x b \left(1 - \left(\frac{x_1}{x}\right)^2\right) h$$

$$x_1 = x\sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_в}}$$

$$y_1 = 2y - x_1 = 2\frac{b}{\sqrt{3}} - x\sqrt{1 - \frac{\rho}{\rho_в}}.{=}0{,}103b$$

3) Теперь определим глубину центра масс для второго положения равновесия:



.

$$mg = F_A$$

$$\rho V g = \rho_в V_{пог} g$$

$$\frac{1}{2}\rho x b h = \frac{1}{2}\rho_в x b \left(\frac{x - x_2}{x}\right)^2 h$$

$$x_2 = x\left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\text{в}}}}\right)$$

$$y_2 = y - x_2 = \frac{b}{\sqrt{3}} - x\left(1 - \sqrt{\frac{\rho}{\rho_{\text{в}}}}\right).=0{,}147\text{b}.$$

4) Отметим, что второе положение, когда основание треугольника располагается над водой, является устойчивым положением равновесия.
5) Для определения работы при переходе из первого положения во второе нужно также учесть, что смещается положение центра масс воды. Для первого случая можем сказать, что центр масс большого треугольника складывается из трапеции и малого треугольника. Тогда:

$$y_1 = \frac{z_1 \frac{1}{2} xb\left(1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2\right) + \left(-\frac{1}{3}x_1\right)\frac{1}{2}xb\ \left(\frac{x_1}{x}\right)^2}{\frac{1}{2}xb\left(1 - \left(\frac{x_1}{x}\right)^2\right) + \frac{1}{2}xb\left(\frac{x_1}{x}\right)^2} = z_1\left(1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2\right) - \frac{1}{3}x_1\ \left(\frac{x_1}{x}\right)^2$$

$$z_1 = \frac{y_1 + \frac{1}{3}x_1\left(\frac{x_1}{x}\right)^2}{1 - \left(\frac{x}{x_1}\right)^2} = 0{,}215b$$

6) Для второго случая:

$$z_2 = \frac{1}{3}(x - x_2) = 0{,}241b$$

7) Из условия равновесия можно также отметить, что масса воды совпадает с массой тела. Итоговая работа:

$$A = (y_2 - y_1)mg - (z_2 - z_1)mg = (y_2 - y_1 - z_2 + z_1)\frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}b^2 h\rho g \approx 55\ \text{мДж}$$

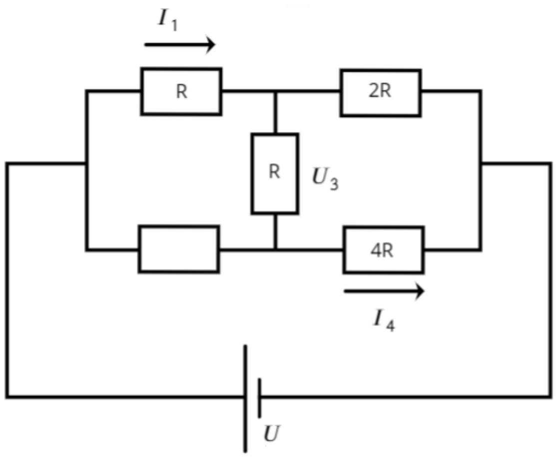
Разбалловка

Отмечено, что центр масс треугольника располагается на пересечении медиан	2 балла
Определено положение центра масс в треугольнике из свойства «1:2»	1 балл
Верно нарисовано первое положение равновесия	1 балл
Записан второй закон Ньютона или условие плавания тел для первого случая	1 балл
Верно определено положение центра масс треугольника под водой для первого случая	2 балла

Верно нарисовано второе положение равновесия	1 балл
Записан второй закон Ньютона или условие плавания тел для второго случая	1 балл
Верно определено положение центра масс треугольника под водой для второго случая	2 балла
Отмечено, что второе положение устойчивое	2 балла
Определено положение центра масс воды для первого случая (когда основание треугольника под водой)	3 балла
Определено положение центра масс воды для второго случая	1 балл
Определена работа, как разница потенциальных энергий	3 балла

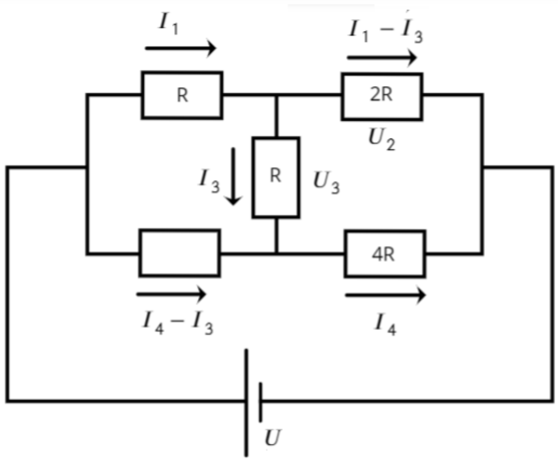
Задача 3. Электричество.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A$, $I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.



Решение:

1) Выбор направления тока не имеет значения, поэтому выберем направление вниз и запишем сумму напряжений для замкнутого правого контура:



$$U_3 + 4RI_4 - U_2 = U_3 + 4RI_4 - 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right) = 0$$

$$R = \frac{3U_3}{2I_1 - 4I_4} = 1{,}25\ \text{Ом}$$

2) Теперь можем записать аналогичное уравнение для левого контура:

$$I_1R + U_3 - R_5\left(I_4 - \frac{U_3}{R}\right) = 0$$

$$R_5 = 20R = 25\ \text{Ом}$$

3) Общее напряжение:

$$U = I_1R + 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right) = 10\ \text{В}$$

4) Общее сопротивление:

$$R_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{м}}}{I_{\text{общ}}} = \frac{I_1R + 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right)}{I_1 + I_4 - \frac{U_3}{R}} = \frac{50}{17}\text{Ом}$$

Разбалловка

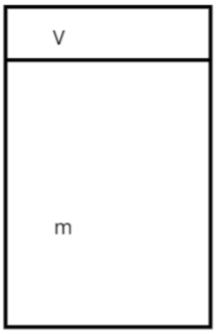
Записано правило Кирхгофа или аналогичное уравнение для правого контура	3 балла
Определено сопротивление R	4 балла
Записано правило Кирхгофа или аналогичное уравнение для левого контура	3 балла
Определено сопротивление неизвестного резистора	4 балла
Определено напряжение батарейки	3 балла
Определено сопротивление схемы	3 балла

Задача 4. Термодинамика.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). Кириллу выдали 4 одинаковых закрытых термоса с водой с маленьким отверстием на крышке и элемент Пельтье, с помощью которого можно отводить тепло от жидкости и измерять количество отведённого тепла. Количество воды и её температура во всех термосах одинаковы. Кирилл заметил, что при отводе $Q_1 = 5$ кДж тепла в первого термоса в нём начал появляться лёд. При отводе $Q_2 = 115$ кДж тепла из второго термоса из него начинает выливаться вода. Когда он отвёл $Q_3 = 165$ кДж тепла из третьего термоса, в нём остался один лёд. Определите максимально допустимую температуру кубиков льда, которые, при добавлении их в четвёртый термос к воде, охладили бы её до температуры 0 ℃ (лёд должен целиком поместиться в термос, вода не должна вылиться при добавлении льда). Плотность воды $\rho_в = 1000 кг/м^3$, плотность льда $\rho_л = 900 кг/м^3$, удельная теплоемкость воды $c_в = 4200 Дж/кг$ ℃ , удельная теплоемкость льда $c_л = 2100 Дж/кг$ ℃, удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг.

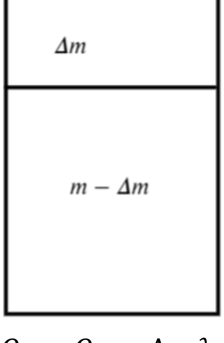
Решение:

1) Отметим, что вода начинает выливаться только через некоторое время после того, как начал образовываться лёд. Значит в первоначальном состоянии в стакане есть некоторый свободный объём:



$$V_{общ} = \frac{m}{\rho_в} + V$$

2) К моменту, когда вода начнет выливаться, образуется некоторое количество льда так, чтобы суммарный объем соответствовал всему объёму стакана:



$$Q_2 - Q_1 = \Delta m \lambda$$
$$V_{общ} = \frac{m - \Delta m}{\rho_в} + \frac{\Delta m}{\rho_л}$$

Отсюда свободный объём:

$$V = \frac{\Delta m(\rho_в - \rho_л)}{\rho_в \rho_л} = \frac{(Q_2 - Q_1)(\rho_в - \rho_л)}{\lambda \rho_в \rho_л} = 37 \text{ см}^3$$

3) Теперь к моменту, когда весь объём термоса замерзнет:

$$Q_3 - Q_1 = V_{общ}\rho_л \lambda = \left(\frac{m - \Delta m}{\rho_в} + \frac{\Delta m}{\rho_л}\right)\rho_л \lambda$$

$$m = \frac{Q_3 - Q_2}{\lambda \rho_л}\rho_в + \frac{Q_2 - Q_1}{\lambda} = 0{,}502 \text{ кг}$$

4) Начальная температура воды:

$$Q_1 = c_в m(t - 0)$$

$$t = \frac{Q_1}{c_в m} = 2{,}37^\circ\text{C}$$

5) Максимальная температура льда будет тогда, когда его добавят в весь свободный объём:

$$V\rho_л(c_л(0 - t_л) + \lambda) = c_в m(t - 0) = Q_1$$

$$t_л = \frac{Q_1 - \lambda V \rho_л}{V \rho_л c_л} = -85{,}6^\circ C$$

Разбалловка

Записано уравнение теплового баланса для момента, когда вода начала выливаться	3 балла
Выражен объём термоса через объём льда и воды	2 балла
Найден объём пустой части	3 балла
Записано уравнение теплового баланса для момента, когда весь объём заморозится	3 балла
Отмечено, что замораживается не вся вода	2 балла
Верно определена начальная масса воды	4 балла
Верно определена начальная температура льда	3 балла

Задача 5. Задача-оценка (термодинамика)

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Известно, что при больших скоростях движения сила сопротивления в газе пропорциональна квадрату скорости. Оцените скорости падения человека в атмосфере с парашютом и без него.

Решение.

В задаче явно не даны ни числа, ни формула на силу сопротивления воздуха. Будем пробовать оценивать ответ из общих соображений.

Запишем второй закон Ньютона, который действует на человека (с парашютом или без него). Если ветра нет, то силы, действующие на человека действуют только вертикально:

$$-m\,a = -m\,g + F_с$$

Где $F_с$ — сила сопротивления воздуха, действующая на человека (с парашютом или без него), m — суммарная масса человека и парашюта, $g = 10$ м/с^2 ускорение свободного падения, $a = 0$ — ускорение в установившемся режиме.

Таким образом, если скорость человека не меняется, то скорость, от которой зависит сила сопротивления, выражается через вес человека

$$F_с = m\,g = 1000 \text{ Н}$$

В этом выражении положена масса человека с парашютом, равная 100 кг. Будем считать для простоты, что мы оцениваем скорость падения человека с нераскрытым и раскрытым парашютом — тогда масса рассматриваемого во втором законе Ньютона тела будет одной в обоих случаях.

Попробуем понять, как от скорости зависит сила сопротивления воздуха. В условии сказано, что она зависит от квадрата скорости. Понятно, что она должна зависеть и от плотности воздуха ρ — если воздуха нет, то нет и сопротивления. Также сила сопротивления должна зависеть от какой-то поперечной площади падающего тела A. Так как в условии сказано, что скорость падения большая, то она не зависит от других параметров газа, от которых она могла бы зависеть при малой скорости падения — например, от вязкости газа.

Таким образом, можно записать, что сила сопротивления будет пропорциональна некоторым степеням величин, от которых она зависит:

$$F_с \sim V^2 \rho^\alpha A^\beta$$

А коэффициент пропорциональности — некоторая постоянная безразмерная величина C порядка единицы (она, в частности, зависит от того, какую именно площадь падающего тела мы возьмём).

Попробуем понять, чему равны степени α, β. Для этого заметим, что размерность силы должна равняться размерности выражения, стоящего в правой части пропорциональности выше.

Тогда можем записать уравнение:

$$\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2 = \text{м}^2/c^2\ \text{кг}^\alpha/\text{м}^{3\alpha}\text{м}^{2\beta}$$

Так мы можем составить уравнение на кг, м и секунды — сразу ясно без записи системы уравнений, что $\alpha = 1$, соответственно $\beta = 1$.

Таким образом, $F_с = C\,V^2 \rho\,A = m\,g$

Возьмём плотность воздуха, равную $1\,\text{кг}/\text{м}^3$, а площадь человека без парашюта (представим, что он летит плашмя) равную 2 м высота человека $\cdot\ 0{,}5$ м ширина человека $= 1\,\text{м}^2$, а площадь парашюта, например, $3{,}14\ \cdot 5^2\text{м}^2 \approx 100\,\text{м}^2$ (радиус сферического парашюта мы взяли равным 5 м). Правильность этой оценки площади определим по вычисленной скорости — вряд ли скорость падения с обычным парашютом может превышать скорость порядка 10 км/ч ≈ 3 м/с (кажется, что при такой скорости приземление на поверхность земли будет не очень болезненным для человека).

Тогда из уравнения выше можем получить скорость падения человека без открытого парашюта примерно равную 30 м/с, а с открытым парашютом — 3 м/с. Таким образом мы, кажется, даже правильно оценили эффективную площадь парашюта!

Разбалловка.

Явно указаны все силы, действующие на парашютиста	3 балла
Явно указано, от каких величин может зависеть сила сопротивления	5 баллов
Явно указано, что от вязкости воздуха ответ не зависит	1 балл
Корректно оценена плотность воздуха	1 балл
Корректно оценена масса человека	1 балл
Корректно оценена площадь человека (по порядку)	2 балла
Корректно оценена площадь парашюта (по порядку)	2 балла
Получен ответ на один вопрос правильного порядка величины	2 балла
Получен ответ на другой вопрос правильного порядка величины	3 балла