Олимпиада «Высшая проба» проводится при поддержке Сбера, приветствуем участников соревнования!

Поздравляем – ты являешься участником заключительного этапа олимпиады по профилю «Физика»!

Сбер, как и ты, всегда стремится к амбициозным задачам и гениальным прорывам. Желаем тебе блистательной победы!!

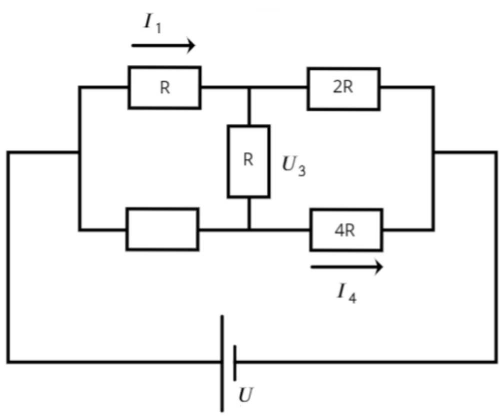
Приступая к выполнению заданий, вы подтверждаете, что профиль и класс в заданиях соответствует сведениям, указанным вами при регистрации.

Время выполнения заданий — 240 минут.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. Двое рабочих кинули с крутого берега на ровную замёрзшую реку плоский мешок с песком массой $M = 20$ кг. Мешок упал на заранее подготовленный лист фанеры массой $m = 5$ кг. Определите, с какой скоростью будет двигаться фанера с лежащим на ней мешком сразу после того, как закончится процесс приземления мешка. Считайте, что мешок запущен с высоты $H = 2$ м с начальной скоростью $V_0 = 3$ м/с под углом $\alpha = 45^o$ к горизонту. В полёте мешок не вращался, и как был запущен параллельно земле, так и приземлился на фанеру. На фанеру мешок приземлился так, что потерял всю свою вертикальную скорость без отскока. Считайте, что сцепление мешка с фанерой велико, так что фанера начинает двигаться в горизонтальном направлении сразу после соприкосновения с мешком, а коэффициент трения между фанерой и льдом $\mu = 0{,}2$. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м$/с^2$.



Задача 2. В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A, I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.

Задача 3. В кастрюлю без крышки объёмом 1.4 литра налили $M = 100$ грамм молока и поставили нагреваться на конфорку. Известно, что от температуры $T_2 = 85°\text{C}$ до температуры $T_1 = 95°\text{C}$ нагрев произошёл за 1 минуту. За какое время после достижения температуры $95°\text{C}$ молоко начнёт убегать через край кастрюли? Считать, что температура кипения молока T_0, его теплоёмкость $C_\text{м}$ и теплота кипения $q_\text{м}$ совпадают с их значениями для воды, $C_\text{м} = 4.2\,\text{Дж/г} \cdot °\text{C}$, $q_\text{м} = 2260\,\text{Дж/г}$, поскольку, в частности, при кипении испаряется только вода. Скорость подвода тепла к кастрюле постоянна, теплоёмкостью самой кастрюли пренебречь.

Задача 4. Оптическая система состоит из трёх собирающих линз. Все линзы идеальные, параллельны друг другу, их оптические центры лежат на одной оси. Первая линза имеет фокусное расстояние $F_1 = 100$ мм. Вторая линза имеет фокусное расстояние $F_2 = 50$ мм, расположена на расстоянии 150 мм справа от первой линзы. Третья линза, называемая объективом, расположенная на расстоянии $L = 100$ мм справа от второй линзы, имеет фокусное расстояние $F_3 = 10$ мм. Слева на первую линзу падает два широких луча. Лучи и оптическая ось системы находятся в одной плоскости. Если принять, что оптическая ось системы ориентирована горизонтально, то первый луч падает сверху, образуя угол 2° с оптической осью, а второй луч падает снизу под тем же углом к оптической оси. Экран, параллельный линзе объектива, может двигаться вдоль оптической оси. Его расположили справа от объектива, так что лучи фокусируются на его поверхности. При проведении эксперимента была случайно задета вторая линза, в результате чего её ось повернулась в плоскости лучей на 5° по часовой стрелке относительно её центра, а сам её центр сместился в этой же плоскости на 2 мм вверх от исходной оптической оси системы. Теперь положения экрана, в которых фокусируется первый и второй лучи, перестали совпадать. Найдите расстояние между этими положениями экрана.

Задача 5. Из пушки на планете с разреженной атмосферой выстрелили под углом 45 градусов к горизонту. Ядро имеет массу 1 кг, начальная скорость 50 м/с. Атмосфера тормозит ядро пропорционально квадрату его линейной скорости, сила сопротивления $F = kV^2$, где V — скорость снаряда, а $k = 10^{-4}$ Н $\text{с}^2/\text{м}^2$. Артиллерист высчитал дальность полёта снаряда на основе баллистической формулы, то есть без учёта сопротивления воздуха. Оцените малую разницу теоретически предсказанной и фактической дальности полёта. Считайте, что ускорение свободного падения на планете такое же, как на Земле.

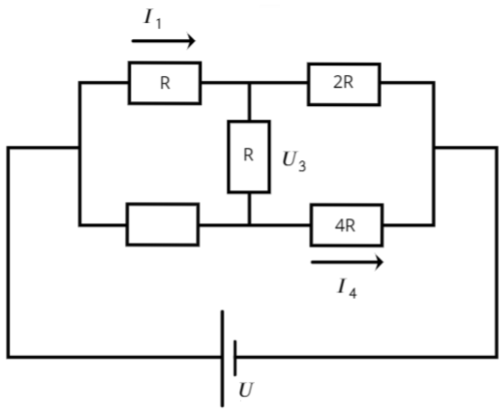
Время выполнения заданий — 240 минут.

Пишите разборчиво. В работе не должно быть никаких пометок, не относящихся к ответам на вопросы. Если Вы не знаете ответа, ставьте прочерк.
Проверяться будет как сам ответ в бланке, так и черновики, по которым будет восстанавливаться логика получения результата.

Максимальное количество баллов — 100.

Задача 1. Двое рабочих кинули с крутого берега на ровную замёрзшую реку плоский мешок с песком массой $M = 20$ кг. Мешок упал на заранее подготовленный лист фанеры массой $m = 5$ кг. Определите, с какой скоростью будет двигаться фанера с лежащим на ней мешком сразу после того, как закончится процесс приземления мешка. Считайте, что мешок запущен с высоты $H = 2$ м с начальной скоростью $V_0 = 3$ м/с под углом $\alpha = 45^o$ к горизонту. В полёте мешок не вращался, и как был запущен параллельно земле, так и приземлился на фанеру. На фанеру мешок приземлился так, что потерял всю свою вертикальную скорость без отскока. Считайте, что сцепление мешка с фанерой велико, так что фанера начинает двигаться в горизонтальном направлении сразу после соприкосновения с мешком, а коэффициент трения между фанерой и льдом $\mu = 0{,}2$. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м/c^2.

Задача 2. В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A$, $I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.



Задача 3. В кастрюлю без крышки объёмом 1.4 литра налили $M = 100$ грамм молока и поставили нагреваться на конфорку. Известно, что от температуры $T_2 = 85$°C до температуры $T_1 = 95$°C нагрев произошёл за 1 минуту. За какое время после достижения температуры 95°C молоко начнёт убегать через край кастрюли? Считать, что температура кипения молока T_0, его теплоёмкость $C_м$ и теплота кипения $q_м$ совпадают с их значениями для воды, $C_м = 4.2$ Дж/г · °C, $q_м = 2260$ Дж/г, поскольку, в частности, при кипении испаряется только вода. Скорость подвода тепла к кастрюле постоянна, теплоёмкостью самой кастрюли пренебречь.

Задача 4. Оптическая система состоит из трёх собирающих линз. Все линзы идеальные, параллельны друг другу, их оптические центры лежат на одной оси. Первая линза имеет фокусное расстояние $F_1 = 100$ мм. Вторая линза имеет фокусное расстояние $F_2 = 50$ мм, расположена на расстоянии 150 мм справа от первой линзы. Третья линза, называемая объективом, расположенная на расстоянии $L = 100$ мм справа от второй линзы, имеет фокусное расстояние $F_3 = 10$ мм. Слева на первую линзу падает два широких луча. Лучи и оптическая ось системы находятся в одной плоскости. Если принять, что оптическая ось системы ориентирована горизонтально, то первый луч падает сверху, образуя угол 2° с оптической осью, а второй луч падает снизу под тем же углом к оптической оси. Экран, параллельный линзе объектива, может двигаться вдоль оптической оси. Его расположили справа от объектива, так что лучи фокусируются на его поверхности. При проведении эксперимента была случайно задета вторая линза, в результате чего её ось повернулась в плоскости лучей на 5° по часовой стрелке относительно её центра, а сам её центр сместился в этой же плоскости на 2 мм вверх от исходной оптической оси системы. Теперь положения экрана, в которых фокусируется первый и второй лучи, перестали совпадать. Найдите расстояние между этими положениями экрана.

Задача 5. Из пушки на планете с разреженной атмосферой выстрелили под углом 45 градусов к горизонту. Ядро имеет массу 1 кг, начальная скорость 50 м/с. Атмосфера тормозит ядро пропорционально квадрату его линейной скорости, сила сопротивления $F = kV^2$, где V — скорость снаряда, а $k = 10^{-4}$ Н $\text{с}^2/\text{м}^2$. Артиллерист высчитал дальность полёта снаряда на основе баллистической формулы, то есть без учёта сопротивления воздуха. Оцените малую разницу теоретически предсказанной и фактической дальности полёта. Считайте, что ускорение свободного падения на планете такое же, как на Земле.

10 класс. Решения.

Каждая задача оценивается в 20 баллов, всего 5 задач, сумма баллов равна 100. Решение каждой задачи состоит из нескольких шагов, соответствующее разбиение по баллам приведено после решения каждой задачи.

Задача 1. Кинематика.

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Двое рабочих кинули с крутого берега на ровную замёрзшую реку плоский мешок с песком массой $M = 20$ кг. Мешок упал на заранее подготовленный лист фанеры массой $m = 5$ кг. Определите, с какой скоростью будет двигаться фанера с лежащим на ней мешком сразу после того, как закончится процесс приземления мешка. Считайте, что мешок запущен с высоты $H = 2$ м с начальной скоростью $V_0 = 3$ м/с под углом $\alpha = 45^o$ к горизонту. В полёте мешок не вращался, и как был запущен параллельно земле, так и приземлился на фанеру. На фанеру мешок приземлился так, что потерял всю свою вертикальную скорость без отскока. Считайте, что сцепление мешка с фанерой велико, так что фанера начинает двигаться в горизонтальном направлении сразу после соприкосновения с мешком, а коэффициент трения между фанерой и льдом $\mu = 0{,}2$. Сопротивлением воздуха можно пренебречь, ускорение свободного падения считайте равным $g = 10$ м$/c^2$.

Решение: Запишем, как будет лететь мешок в соответствующих координатах:

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cos\alpha\, t \\ y(t) = H + V_0 \sin\alpha\, t - \dfrac{g\, t^2}{2} \\ V_x(t) = V_0 \cos\alpha \\ V_y(t) = V_0 \sin\alpha\ t - g\, t \end{cases}$$

И отсюда из условия $y(t) = 0$ найдём параметры скорости в момент падения на лист фанеры:

$$\begin{cases} V_x = V_0 \cos\alpha \\ V_y = -\sqrt{2\, g\, H + V_0^2 \sin^2\alpha} \end{cases}$$

Видно, что величина скоростей не зависит от знака угла.

Поймём, как происходило столкновение мешка со льдом посредством фанеры. Для этого рассмотрим единое тело — мешок+фанера, которые по условию задачи будут скользить по льду как единое целое и, соответственно, будут иметь одну и ту же скорость при скольжении.

Запишем начальные импульсы этих двух тел:

$$\begin{cases} p_{x\,0} = M\, V_x \\ p_{y\,0} = M\, V_y \end{cases}$$

В момент соприкосновения мешка с фанерой на систему мешок-фанера действуют три силы:

1) Сила гравитации $(M+m)g$
2) Сила нормальной реакции опоры N
3) Сила трения со стороны льда $F_{\text{тр}} = \mu\, N$ — это именно сила трения скольжения, так как горизонтальная составляющая скорости после начала соприкосновения не равна нулю

Запишем II закон Ньютона для этой системы тел в импульсном виде:

$$\begin{cases} \dfrac{dp_x}{dt} = -\mu N \\ \dfrac{dp_y}{dt} = -mg + N \end{cases}$$

Поделим одно уравнение на другое:

$$\frac{dp_x}{dp_y} = -\frac{\mu\, N}{-m\, g\, +\, N}$$

Заметим, что уменьшение вертикальной скорости мешка происходит довольно быстро, так что сила нормальной реакции опоры довольно большая, сильно больше mg. Это упростит верхнее выражение до

$$\frac{dp_x}{dp_y} = -\mu$$

Причём, мы знаем начальные импульсы, а также один конечный — вертикальный импульс после остановки вертикального движения будет равен нулю. Из этого мы можем найти неизвестный четвёртый импульс — импульс системы после остановки вертикального движения:

$$\Delta p_x = -\Delta p_y \mu$$

$$p_x - p_{x\,0} = -\left(p_y - p_{y\,0}\right)\mu$$

$$(M+m)\, u - M\, V_x = M\, V_y\, \mu$$

Где u — начальная скорость скольжения мешка с фанерой по льду.

$$u = \frac{M(V_0\cos\alpha - \mu\sqrt{2\, g\, H\, +\, V_0^2\sin^2\alpha}\,)}{m+M} = 0.6\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

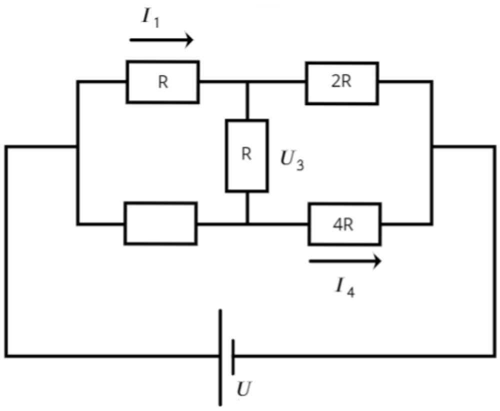
Разбалловка.

Записана система уравнений, позволяющих получить компоненты скорости мешка перед его контактом с листом фанеры (ЗСЭ или кинематические уравнения)	2 балла
Посчитаны горизонтальная компонента скорости мешка перед приземлением	1 балл
Посчитана вертикальная компонента скорости мешка перед приземлением	3 балла
Верно указаны все силы, действующие на мешок во время торможения	1 балл

Записан закон изменения импульса в проекции на горизонтальную ось	2 балла
Записан закон изменения импульса в проекции на вертикальную ось	2 балла
Явно указана малость силы тяжести по сравнению с силой реакции опоры	3 балла
Получена связь изменений импульса системы в проекции на две оси	2 балла
Получен верный ответ	4 балла

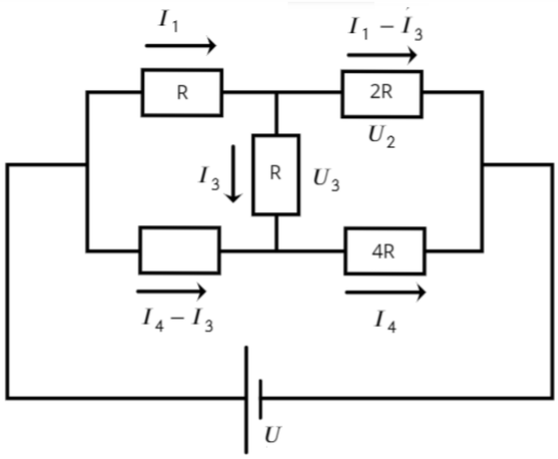
Задача 2. Электричество.

Условие (Лужнов Алексей Сергеевич) (20 баллов). В архивах лорда Кельвина обнаружили мост Томсона. Его схема приведена ниже, но часть данных была утеряна со временем. Известно, что $I_1 = 3{,}2\ A$, $I_4 = 1\ A$ и $U_3 = 1$ В. Определите по этим данным напряжение на батарейке, сопротивление неизвестного резистора и общее сопротивление схемы.



Решение:

1) Выбор направления тока не имеет значения, поэтому выберем направление вниз и запишем сумму напряжений для замкнутого правого контура:



$$U_3 + 4RI_4 - U_2 = U_3 + 4RI_4 - 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right) = 0$$

$$R = \frac{3U_3}{2I_1 - 4I_4} = 1{,}25 \text{ Ом}$$

2) Теперь можем записать аналогичное уравнение для левого контура:

$$I_1 R + U_3 - R_5\left(I_4 - \frac{U_3}{R}\right) = 0$$

$$R_5 = 20R = 25 \text{ Ом}$$

3) Общее напряжение:

$$U = I_1 R + 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right) = 10 \text{ В}$$

4) Общее сопротивление:

$$R_{\text{общ}} = \frac{U_{\text{м}}}{I_{\text{общ}}} = \frac{I_1 R + 2R\left(I_1 - \frac{U_3}{R}\right)}{I_1 + I_4 - \frac{U_3}{R}} = \frac{50}{17} \text{Ом}$$

Разбалловка

Записано правило Кирхгофа или аналогичное уравнение для правого контура	3 балла
Определено сопротивление R	4 балла
Записано правило Кирхгофа или аналогичное уравнение для левого контура	3 балла
Определено сопротивление неизвестного резистора	4 балла
Определено напряжение батарейки	3 балла
Определено сопротивление схемы	3 балла

Задача 3. МКТ.

Условие (Вергелес Сергей Сергеевич) (20 баллов). В кастрюлю без крышки объёмом 1.4 литра налили $M = 100$ грамм молока и поставили нагреваться на конфорку. Известно, что от температуры $T_2 = 85$°C до температуры $T_1 = 95$°C нагрев произошёл за 1 минуту. За какое время после достижения температуры 95°C молоко начнёт убегать через край кастрюли? Считать, что температура кипения молока T_0, его теплоёмкость $C_{\text{м}}$ и теплота кипения $q_{\text{м}}$ совпадают с их значениями для воды, $C_{\text{м}} = 4.2$ Дж/г · °C, $q_{\text{м}} = 2260$ Дж/г, поскольку, в частности, при кипении испаряется только вода. Скорость подвода тепла к кастрюле постоянна, теплоёмкостью самой кастрюли пренебречь.

Решение:

Пусть W есть мощность подвода тепла к кастрюле. Тогда

$$W \cdot \Delta t_1 = M \cdot C_{\text{м}} \cdot \Delta T_1,$$

где время $\Delta t_1 = 1$ мин, а приращение температуры $\Delta T_1 = T_1 - T_2 = 10°\text{C}$. После того, как температура достигнет температуры кипения, начнёт процесс испарения воды в молоке. Однако пары не будут удаляться, вместо этого они будут наполнять пену (стенки в пене образованы веществами, содержащимися в молоке, и их объём пренебрежимо мал по сравнению с объёмом пара). Молоко начнёт убегать через край, когда совокупный объём оставшегося молока и пены не достигнет объёма молока. Поскольку плотность пены (пар + стенки пены) значительно меньше плотности воды, то можно считать, что объём не выкипевшего молока остаётся неизменным. Таким образом, масса пара под пеной в момент начала убегания

$$\Delta M = \mu \cdot \frac{P_{\text{атм}} \cdot \Delta V}{R \cdot T_0},$$

где $\mu = 0.018\ \text{кг/моль}$ – молярная масса воды, $P_{\text{атм}} = 10^5\text{Па}$ – атмосферное давление, $\Delta V = 1.3 \cdot 10^{-3}\text{м}^3$ – объём в кастрюле, не занятый молоком, $R = 8.3\ \text{Дж/моль} \cdot °\text{C}$ – универсальная газовая постоянная. Поэтому

$$W \cdot \Delta t_0 = M \cdot C_{\text{м}} \cdot \Delta T_0 + q_{\text{м}} \cdot \Delta M.$$

Собирая всё вместе, получаем

$$\Delta t_0 = \left(\frac{\Delta T_0}{\Delta T_1} + \frac{q_{\text{м}}}{C_{\text{м}} \cdot \Delta T_1} \frac{\mu \cdot P_{\text{атм}} \cdot \Delta V}{M \cdot R \cdot T_0}\right) \Delta t_1 \approx (0.5 + 0.41)\Delta t_1 \approx 54\ \text{сек}.$$

Разбалловка.

Определена мощность конфорки	3 балла
Учтено, что пена заполняет не весь объем	1 балл
Определена теплота нагрева до температуры кипения	2 балла
Записано уравнение Менделеева-Клапейрона	3 балла
Определена масса испарившейся воды	4 балла
Определена теплота, необходимая для испарения **данного** количества воды	2 балла
Получен верный ответ	5 баллов

Задача 4. Оптика.

Условие(Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Оптическая система состоит из трёх собирающих линз. Все линзы идеальные, параллельны друг другу, их оптические центры лежат на одной оси. Первая линза имеет фокусное расстояние $F_1 = 100$ мм. Вторая линза имеет фокусное расстояние $F_2 = 50$ мм, расположена на расстоянии 150 мм справа от первой линзы. Третья линза, называемая объективом, расположенная на расстоянии $L = 100$ мм справа от второй линзы, имеет фокусное расстояние $F_3 = 10$ мм. Слева на первую линзу падает два широких луча. Лучи и оптическая ось системы находятся в одной плоскости. Если принять, что оптическая ось системы ориентирована горизонтально, то первый луч падает сверху, образуя угол 2^{o} с оптической осью, а второй луч падает снизу под тем же углом к оптической оси. Экран, параллельный линзе объектива, может двигаться вдоль оптической оси. Его расположили справа от объектива, так что лучи фокусируются на его поверхности. При проведении эксперимента была случайно задета вторая линза, в результате чего её ось повернулась в плоскости лучей на 5° по часовой стрелке относительно её центра, а сам её центр сместился в этой же плоскости на 2 мм вверх от исходной оптической оси системы. Теперь положения экрана, в которых фокусируется первый и второй лучи, перестали совпадать. Найдите расстояние между этими положениями экрана.

Решение:

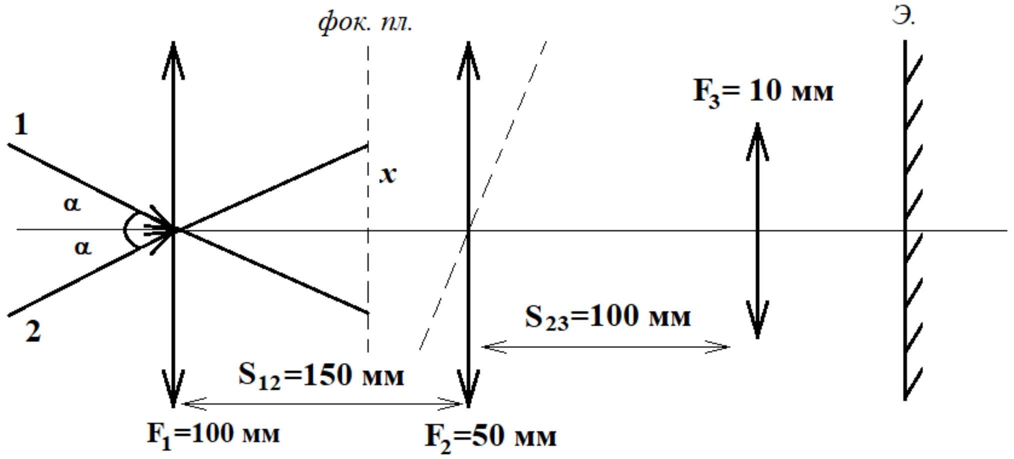


Рисунок 1.

Исходная картина (рис.1): лучи 1 и 2 падают под углом α на линзу 1 и фокусируется в фокальной плоскости на расстоянии x от оптической оси:

$x = \pm F_1 \cdot \mathrm{tg}\alpha \approx \pm F_1 \cdot \alpha$, (малые углы).

Эти изображения будем называть изображениями в первой линзе, они являются источниками для 2 линзы. Далее изображение от второй линзы источник для 3 линзы.

Обозначим величиной d обозначено расстояние от источника до второй линзы вдоль наклонной оптической оси, буквой h с учётом знака (смещение вверх относительно оптической оси с плюсом, вниз — с минусом) обозначена высота источника над наклонной оптической осью.

Если бы 2 линза не была повернута, то расстояние от получившихся точек *x* и *(-x)* было бы одинаковым. Но в нашем случае $d(x) \neq d(-x)$ (рис.2).

Рассмотрим изменения положения 2 линзы. При движении и повороте второй линзы на $\beta = 5^\circ$ по часовой стрелке её оптическая ось перестала совпадать с исходной оптической осью системы и сдвинулась на $l = 2$ мм вверх.

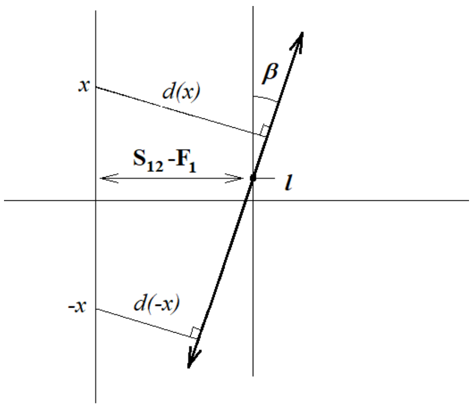


Рисунок 2

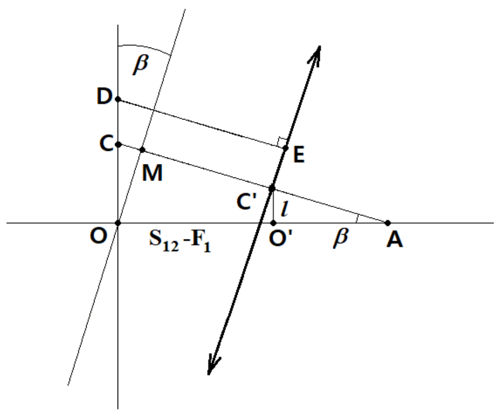


Рисунок 3

Более подробно надо найти DE .

$\triangle O'AC' \propto OAM$

$OA = S_{12} - F_1 + O'A$

$O'A = l\,\mathrm{ctg}\beta$

$AM = OA \cdot \cos\beta = MC' + C'A$

$C'A = l / \sin\beta$

$$MC' = \left(S_{12} - F_1 + l\,\mathrm{ctg}\beta\right)\cos\beta - \frac{l}{\sin\beta} =$$

$$= \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta + l\left(\frac{\cos\beta}{\sin\beta}\cdot\cos\beta - \frac{1}{\sin\beta}\right) =$$

$$= \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta - l\sin\beta$$

$CC' = MC' + MC, \quad MC = x\sin\beta$

$CC' = d(x) = \left(S_{12} - F_1\right)\cos\beta - (l - x)\sin\beta$ – расстояние от источников до 2 линзы вдоль оптической оси.

Вторая линза, с фокусным расстоянием $F_2 = 50$ мм, будет переводить эти два источника в изображение на расстоянии от своего центра вдоль оптической оси по формуле тонкой линзы 2 линза переведет эти источники в изображения по формуле линзы

$$d'(x) = \frac{d(x)F_2}{d(x) - F_2}$$

Высота этих изображений относительно наклонённой оптической оси будет выражаться через высоту источников света для второй линзы $h(x) = (x - l)\cos\beta$.

Высота изображения для 2 линзы: $h'(x) = h(x)\dfrac{d'(x)}{d(x)} = (x - l)\cos\beta \cdot \dfrac{F_2}{d(x) - F_2}$.

Эти изображения в свою очередь будут источниками для линзы объектива, и можно посчитать, на каком расстоянии от центра линзы объектива будут фокусироваться в итоге два луча. Для этого посчитаем расстояние от центра второй линзы до изображений в проекции на главную (ненаклонённую) оптическую ось:

Тогда расстояние от центра 2 линзы до изображения в проекции на главной оптической оси (исходную):

$$d_0'(x) = d'(x)\cos\beta + h'(x)\sin\beta .$$

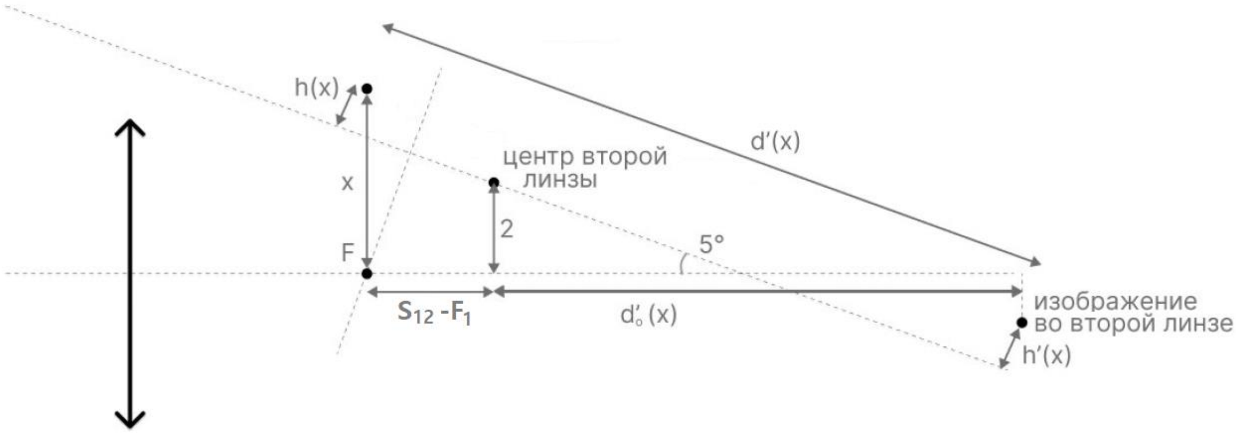


Рисунок 4

Здесь на рис.4 нарисовано изображение во второй линзе не в той конфигурации, в которой они находятся на самом деле. Изображение источников во второй линзе будут мнимыми, но данный рисунок позволяет верно и просто посчитать все зависимости, а мнимость-действительность изображений автоматически учтётся в формулах благодаря выбору разных знаков перед соответствующими величинами. Таким образом мы можем получить расстояние от третьей линзы до изображений, образованных этой третьей линзой

Расстояние от источника для 3 линзы до центра 3 линзы: $d''_0(x) = S_{23} - d'_0$.

Тогда расстояние от 3 линзы до изображения $d'' = \dfrac{(S_{23} - d'_0) \cdot F_3}{S_{23} - d'_0 - F_3}$.

Для ответа на задачу необходимо посчитать расстояние между последними посчитанными изображениями: $d''(-x) - d''(x)$.

Для $x = F_1\alpha = 3{,}49$ мм, $d = (150 - 100)\cos 5^\circ - (2 - 3{,}49)\sin 5^\circ = 49{,}9396$ мм,

$d' = -41375{,}02$ мм, $h = 1{,}4849$ мм, $h' = -1230{,}2645$ мм,

$d'_0 = -41324{,}8$ мм, $d''_0 = 41424{,}8$ мм, $d'' = 10{,}0024$ мм.

Для $-x = -F_1\alpha = -3{,}49$ мм, $d = 49{,}33125$ мм,

$d' = -3688{,}3178$ мм, $h = -5{,}4697$ мм, $h' = 408{,}95$ мм,

$d'_0 = -3638{,}6403$ мм, $d''_0 = 3738{,}6403$ мм, $d'' = 10{,}0268$ мм.

$d''(-x) - d''(x) = 0{,}0244$ мм $\approx 24{,}4$ мкм.

Разбалловка

Нарисована оптическая схема	2 балла
Посчитано, в каких точках располагается изображение каждого из пучков между двумя первыми линзами	3 балла

Посчитаны положения изображений лучей во второй линзы	По 3 балла за каждое из двух изображений
Посчитано расстояние вдоль оптической оси системы от изображений пучков во второй линзе до третьей линзы (точно или явно указано, что можно пренебречь наклоном из-за малых углов)	По 3 балла за каждое из двух изображений (из них по 1 баллу за каждое изображение, если не учтён наклон)
Посчитано расстояние между двумя изображениями в линзе объектива	2 балла
Дан ответ на задачу	1 балл

Задача 5. Механика.

Условие (Галиуллин Арслан Анварович) (20 баллов). Из пушки на планете с разреженной атмосферой выстрелили под углом 45 градусов к горизонту. Ядро имеет массу 1 кг, начальная скорость 50 м/с. Атмосфера тормозит ядро пропорционально квадрату его линейной скорости, сила сопротивления $F = kV^2$, где V — скорость снаряда, а $k = 10^{-4}$ Н с^2/м^2. Артиллерист высчитал дальность полёта снаряда на основе баллистической формулы, то есть без учёта сопротивления воздуха. Оцените малую разницу теоретически предсказанной и фактической дальности полёта. Считайте, что ускорение свободного падения на планете такое же, как на Земле.

Решение:

Попробуем записать уравнения движения

$$m\,\ddot{x} = -k\,V^2\,\frac{|V_x|}{V}$$

$$m\,\ddot{y} = -m\,g\ -k\,V^2\,\frac{|V_y|}{V}$$

В задаче явно указано, что при данных параметрах сопротивление среды будет давать малый эффект на дальность полёта. Это значит, что отклонение фактической дальности от расчётной будет мало, следовательно будет пропорционально коэффициенту сопротивления. Причём этот коэффициент сопротивления в поправку на дальность полёта должен входить пропорционально первой степени, так как при изменении его знака (когда сила сопротивления будет «ускорять» снаряд) поправка также должна поменять знак. Также из уравнений видно, что поправка может зависеть от массы снаряда, его начальной скорости, и ускорения свободного падения — больше параметров в системе уравнений нет (начальный угол полёта — безразмерная величина порядка единицы).

В таком случае есть возможность решить задачу методом размерностей.

Запишем, что поправка будет пропорциональна степеням входящих в задачу величин:

$$\Delta L \sim k\,V^{\alpha} m^{\beta} g^{\gamma}$$

В таком случае можно записать 3 уравнения на базовые размерности — м, с, кг:

$$\begin{cases} 1 = 1 + \alpha + \gamma, \text{для м} \\ 0 = -\alpha - 2\gamma, \text{для с} \\ 0 = 1 + \beta, \text{для кг} \end{cases}$$

Решая систему, получаем $\alpha = 4, \beta = -1, \gamma = -2$, откуда получаем конечное выражение для поправки на дальность полёта $\Delta L = const \cdot k\, V^4 m^{-1} g^{-2}$, где $const$ — безразмерная величина порядка единицы. Таким образом, получаем оценку на поправку в дальность полёта $\Delta L \approx 6$ м.

Оценим теперь величину этой поправки. Для этого посчитаем дальность полёта в отсутствие атмосферы

$$L_0 = \frac{{V_0}^2 \sin\frac{\pi}{2}}{g} = 250 \text{ м}$$

То есть поправка действительно мала, что оправдывает предположение о малости сопротивления.

Разбалловка

Записано уравнение движения	4 балла
Явно написано, какая степень коэффициента сопротивления входит в ответ	4 балла
Явно написано, что ответ можно представить в виде перемножения степеней всех требуемых для ответа параметров	2 балла
Записано уравнение на степени параметров	2 балла
Получен ответ	4 балла
Пояснено, что поправка мала	4 балла