

**Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ
Профильный уровень**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 19 заданий. Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–12 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 13–19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

Желаем успеха!

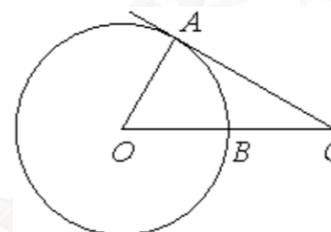
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1** Угол ACO равен 27° , где O – центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.

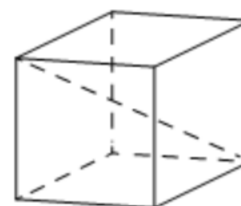


Ответ: _____.

- 2** Даны векторы $\vec{a} (1; 2)$, $\vec{b} (-3; 6)$ и $\vec{c} (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Ответ: _____.

- 3** Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.



Ответ: _____.



4 Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.

Ответ: _____.

5 В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

Ответ: _____.

6 Найдите корень уравнения

$$7^{-6-x} = 343.$$

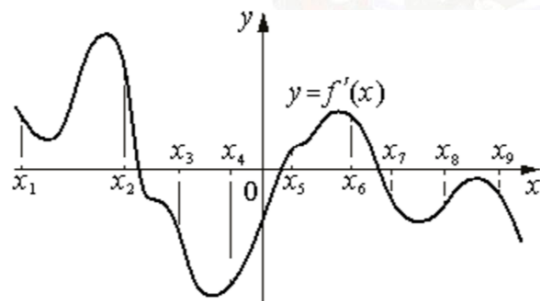
Ответ: _____.

7 Найдите значение выражения

$$\log_7 12,25 + \log_7 4.$$

Ответ: _____.

8 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$. На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции $f(x)$?



Ответ: _____.

9 Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от 1 до 6.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится вдвое, а информативность – вчетверо дороже, чем оперативность. В результате, формула примет вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}.$$

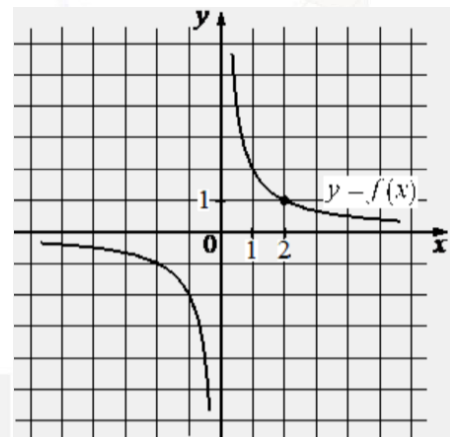
Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 1?

Ответ: _____.

10 Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?

Ответ: _____.

11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



Ответ: _____.



- 12 Найдите точку максимума функции $y = (2x - 1) \cos x - 2 \sin x + 5$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 13 а) Решите уравнение

$$4 \cos^3 x + 3 \sin \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = 0.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

- 14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

- а) Докажите, что $A_1 P : P B_1 = 1 : 3$, где P – точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.
б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

- 15 Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0.$$

- 16 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплачивать одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рублей, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рублей, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

- 17 В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

- а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP : PN$.

- 18 Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

- 19 На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

- а) Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?
б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?
в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



О проекте «Пробный ЕГЭ каждую неделю»

Данный ким составлен командой всероссийского волонтерского проекта «ЕГЭ 100баллов» <https://vk.com/ege100ballov> | <https://t.me/egeoge100ballov> и безвозмездно распространяется для любых некоммерческих образовательных целей.

Нашли ошибку в варианте?

Напишите нам, пожалуйста, и мы обязательно её исправим!

Для замечаний и пожеланий: https://vk.com/topic-10175642_50324613
(также доступны другие варианты для скачивания)

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV

СОСТАВИТЕЛЬ ВАРИАНТА:	
ФИО:	Евгений Пифагор
Предмет:	Математика
Стаж:	12 лет готовлю к ЕГЭ и ОГЭ
Регалии:	Набрал 100 баллов на ЕГЭ по математике (профиль) Подготовил более 300 человек на 90 – 100 баллов Высшее образование (ТГУ, 2009-2014) Победитель трёх олимпиад по высшей математике
Аккаунт и группа ВК:	https://vk.com/eugene10 https://vk.com/shkolapifagora
Ютуб и инстаграм:	https://www.youtube.com/c/pifagor1 https://www.instagram.com/shkola_pifagora/



Система оценивания экзаменационной работы по математике (профильный уровень)

Правильное выполнение каждого из заданий 1–12 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если ответ записан в той форме, которая указана в инструкции по выполнению задания, и полностью совпадает с эталоном ответа.

Номер задания	Правильный ответ	Видео решение
1	63	
2	10	
3	8	
4	0,5	
5	0,1	
6	-9	
7	2	
8	5	
9	42	
10	10	
11	0,2	
12	0,5	
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{6} + \pi n; n \in \mathbb{Z}$ б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$	
14	$\frac{2597}{8}$	
15	$(-6; -5) \cup [3; 3,5) \cup (5; 5,5]$	
16	10	
17	3:1	
18	$(-\infty; -5) \cup (-5; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4)$	
19	а) да б) нет в) 6	

Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развёрнутым ответом

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 13–19, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках, входящих в федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



13 а) Решите уравнение $4\cos^2 x + 3\sin(x - \frac{\pi}{2}) = 0$.
 б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

ИСТОЧНИКИ
 ЕПР (старый банк)
 ЕПР (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна 2018

ФОРМУЛЫ ПРИБЛИЖЕНИЯ
 1 ШАГ
 Если в скобке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на противоположную.
 Если в скобке сколько-то π , то функция остаётся прежней.
 ПРИМЕР:
 $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \cos \alpha$
 $\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$
 2 ШАГ
 Определим знак по указанной в скобках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся).
 ПРИМЕР:
 $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha)$
 Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому $\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ

а) $4\cos^2 x - 3\cos x = 0$
 $\cos x \cdot (4\cos x - 3) = 0$
 $\cos x = 0$ $4\cos^2 x - 3 = 0$
 $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ $4\cos^2 x = 3$
 $\cos^2 x = \frac{3}{4}$
 $\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) Отберём корни с помощью окружности

Получили
 $x = -\frac{3\pi}{2}$
 $x = -\frac{2\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = -\frac{11\pi}{6}$
 $x = -\pi - \frac{\pi}{6} = -\frac{7\pi}{6}$

Ответ: а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
 б) $-\frac{11\pi}{6}; -\frac{3\pi}{2}; -\frac{7\pi}{6}$

14 В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 1 : 3$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.
 б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .

ИСТОЧНИКИ
 ЕПР (старый банк)
 Досрочная волна 2015

а) Построим сечение:
 - построим $C_1 K$
 - построим KL такую, что $KL \parallel BD_1$
 - построим $C_1 L$
 $C_1 L \cap A_1 B_1 = P$
 - построим PK
 $\Rightarrow C_1 K P$ — сечение

б) $V_{\text{куба}} = 7^3 = 343$
 $V_{P B_1 C_1 K} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{21}{5} = \frac{147}{8}$
 $V_{\text{иск}} = 343 - \frac{147}{8} = \frac{2597}{8}$

② $\triangle B_1 L K \sim \triangle B B_1 D_1$ по 2 углам
 $\frac{B_1 K}{B B_1} = \frac{3}{7} = \frac{B_1 L}{B_1 D_1} = \frac{3\sqrt{2}}{7\sqrt{2}}$
 $\Rightarrow D_1 L = 4\sqrt{2}$

③ $\triangle C_1 D_1 L \sim \triangle P B_1 L$ по 2 углам
 $\frac{C_1 D_1}{B_1 P} = \frac{7}{B_1 P} = \frac{D_1 L}{B_1 L} = \frac{4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$
 $B_1 P = \frac{7 \cdot 3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = \frac{21}{4}$
 $A_1 P = 7 - \frac{21}{4} = \frac{7}{4}$
 $\frac{A_1 P}{P B_1} = \frac{1}{3}$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

15 Решите неравенство $\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0$.

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - \log_2 2}{\log_7(x + 6) - \log_7 1} \leq 0$$

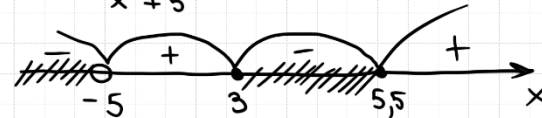
$$\frac{(2-1) \cdot (2x^2 - 17x + 35 - 2)}{(7-1)(x+6-1)} \leq 0 \quad \cdot 6$$

$$\frac{2x^2 - 17x + 33}{x + 5} \leq 0$$

$$2x^2 - 17x + 35 > 0$$

$$x + 6 > 0$$

$$\frac{2x^2 - 17x + 33}{x + 5} \leq 0$$

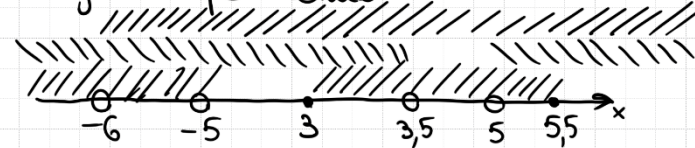


$$2x^2 - 17x + 35 > 0$$



$$x > -6$$

Найдём пересечение:



Ответ: $(-6; -5) \cup [3; 3,5) \cup (5; 5,5]$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017	
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ	
было	стало
$\log_a f \cdot \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f \cdot a^g$	$(a-1)(f+g)$
$ f - g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2



Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

16

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 68 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .

ИСТОЧНИКИ

ГРП (старый банк)
ГРП (новый банк)
Японко 2018
Ссылка 2015
Основная волна 2017

Путь S-сумма долга

$x = 58\,564$

$y = 106\,964$

$1 + \frac{r}{100} = b$

апрель - месяц погашения

Кредит на 4 года

Дата	Сумма долга
и 20	S
я 21	S · b
м 21	S · b - x
я 22	S · b ² - x · b
м 22	S · b ² - x · b - x
я 23	S · b ³ - x · b ² - x · b
м 23	S · b ³ - x · b ² - x · b - x
я 24	S · b ⁴ - x · b ³ - x · b ² - x · b
м 24	S · b ⁴ - x · b ³ - x · b ² - x · b - x = 0

Кредит на 2 года

Дата	Сумма долга
и 20	S
я 21	S · b
м 21	S · b - y
я 22	S · b ² - y · b
м 22	S · b ² - y · b - y = 0

$0 \quad S \cdot b^4 - x \cdot b^3 - x \cdot b^2 - x \cdot b - x = 0$

$1 \quad S \cdot b^2 - y \cdot b - y = 0$

Выразим $S \cdot b^2 = y \cdot b + y$ 2

Подставим $S \cdot b^2$ в 0

$(y \cdot b + y) \cdot b^2 - x \cdot b^3 - x \cdot b^2 - x \cdot b - x = 0$

$y \cdot b^3 + y \cdot b^2 - x \cdot b^3 - x \cdot b^2 - x \cdot b - x = 0$

$y \cdot b^2 \cdot (b+1) - x \cdot b^2 \cdot (b+1) - x \cdot (b+1) = 0$

$(b+1)(y \cdot b^2 - x \cdot b^2 - x) = 0$

$b = -1$

$y \cdot b^2 - x \cdot b^2 - x = 0$

$b^2 \cdot (y - x) = x$

$b^2 = \frac{x}{y-x}$

$b^2 = \frac{58\,564}{48\,400} = \frac{14641}{12100}$

$= \frac{121}{100}$

$b = \frac{11}{10}$

$1 + \frac{r}{100} = \frac{11}{10}$

$r = 10\%$

Ответ: 10%.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1

ТРЕНИРОВОЧНЫЙ КИМ № 230911



Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

17 В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

ИСТОЧНИКИ

Япетко 2018
Основная волна (Резерв) 2014

- а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.
б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP:PN$.

а) 1) по т. о бисс.
 ΔABC :
 $\frac{AB}{AC} = \frac{6}{9} = \frac{BM}{CM} = \frac{2}{3}$
 $BM = 2$
 $CM = 3$

2) ΔABN :
 AM – биссектриса и высота
 $\Rightarrow \Delta ABN \sim \Delta ACN$
 $AN = 6$
 $CN = 3$

3) $\Delta CMN \sim \Delta ANM$
 CK – биссектриса и медиана
 $MK = KN$

б) 1) K – середина MN
 PK – высота ΔPMN
 $\Rightarrow \Delta PMN \sim \Delta PKN$
 $\Rightarrow AP:PN = 3:1$

2) ΔACM :
 по т. о бисс.
 $\frac{AC}{CM} = \frac{9}{3} = \frac{AP}{PM} = \frac{3}{1}$
 Ответ: 3:1.

обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ	1



18 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

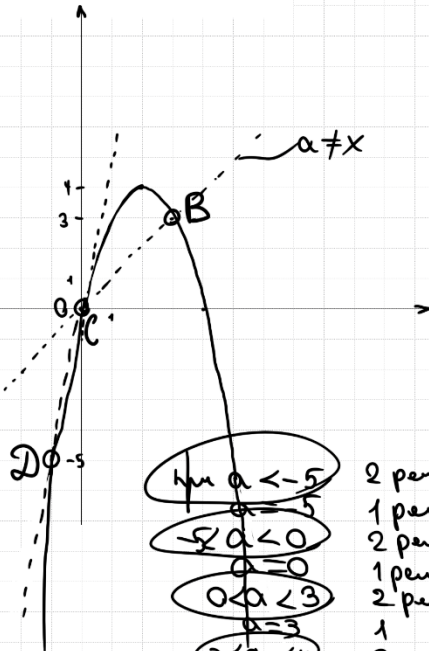
ИСТОЧНИКИ

Основная волна 2019

$$\begin{cases} x^2 - 4x + a = 0 \\ 5x^2 - 6ax + a^2 \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -x^2 + 4x \\ 5 \cdot (x - a) \cdot (x - \frac{a}{5}) \neq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -x^2 + 4x \\ a \neq x \\ a \neq 5x \end{cases} \quad \begin{matrix} x_8 = \frac{-4}{-2} = 2 \\ a_8 = 4 \end{matrix}$$



$a = -x^2 + 4x$ пересекает $a \neq x$

$$\begin{aligned} -x^2 + 4x &= x \\ -x^2 + 3x &= 0 \\ x \cdot (3 - x) &= 0 \\ x = 0 & \quad x = 3 \\ a = 0 & \quad a = 3 \end{aligned}$$

Получаем
B(3; 3) C(0; 0)

$a = -x^2 + 4x$ пересекает $a \neq 5x$

$$\begin{aligned} -x^2 + 4x &= 5x \\ -x^2 - x &= 0 \\ x^2 + x &= 0 \\ x \cdot (x + 1) &= 0 \\ x = 0 & \quad x = -1 \\ a = 0 & \quad a = -5 \end{aligned}$$

D(-1; -5)

Ответ: $(-\infty; -5) \cup (-5; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4)$

- $a < -5$ 2 пер
- $-5 < a < 0$ 1 пер
- $0 < a < 3$ 2 пер
- $3 < a < 4$ 1
- $a = 4$ 2
- $a > 4$ 1

С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

19 На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

- Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?
- Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?
- Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?

ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Ященко 2021 (36 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017

а) 1) Может ли быть 8 чисел, законч. на 3 и 27 чётных чисел?
и 27 чётных чисел?

Сумма восьми разности чётных, законч. на 3 $\geq \frac{3+73}{2} \cdot 8 \geq 304$

Сумма 27-ми разности чётных чисел $\geq \frac{2+54}{2} \cdot 27 \geq 756$

\Rightarrow Сумма всех 35 чисел ≥ 1060

Сумма 33 разл. чётн $\geq \frac{2+66}{2} \cdot 33 \geq 1122$
(это превышает 1062)

\Rightarrow не может
Ответ: б) нет

Да, если будет

3	13	23	33	43	53	63	73
2	4	6	...	50	52	56	

арифм. прогр.

Получим $= \frac{3+73}{2} \cdot 8 + \frac{2+52}{2} \cdot 26 + 56 = 1062$
Ответ: а) да

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3



19 На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

- а) Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?
- б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?
- в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?

в) Если таких чисел < 3 , то будет превышение суммы 1062 (как в и.б.)

Если таких чисел 3 шт., то
 $3 \cdot 2 \text{ чётные} + \dots - 3 + - 3 + - 3 = \text{нечётное}$
 но 1062 чётное
 $\Rightarrow 3$ таких числа быть не может

Если таких чисел 4 шт., то
 $S \geq \frac{2+62}{2} \cdot 31 + 3 + 13 + 23 + 33$
 $S \geq 1064$
 $\Rightarrow 4$ таких числа быть не может

Если таких чисел 5 шт., то
 $30 \text{ чётных} + - 3 + - 3 + - 3 + - 3 + - 3 = \text{нечётное число}$
 но 1062 - чётное число

Искомое число ≥ 6

а) Попробем, что 6 таких чисел мало быть:

Сумма 6 разл. чисел $\geq \frac{3+53}{2} \cdot 6$
 на 3 ≥ 168

Сумма 29 разл. чётных $\geq \frac{2+58}{2} \cdot 29$
 ≥ 870
 \Rightarrow Сумма 35-ти чисел ≥ 1038

Пример:
 $\begin{matrix} 3 & 13 & 23 & 33 & 43 & 53 \\ 2 & 4 & \dots & 54 & 56 \\ \hline & 82 & \text{арифм. прогр.} & & & \end{matrix}$

$S = \frac{3+53}{2} \cdot 6 + \frac{2+56}{2} \cdot 28 + 82 = 1062$

Ответ: в) 6.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а, б и в	4
Обоснованно получен верный ответ в пункте в и обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	3
Обоснованно получены верные ответы в пунктах а и б ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте в	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а или б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	
	4

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназдор от 04.04.2023 № 233/552, зарегистрирован Минюстом России 15.05.2023 № 73314)

«81. Проверка экзаменационных работ включает в себя:

1) проверку и оценивание предметными комиссиями ответов на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом <...>, в том числе устных ответов, в соответствии с критериями оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором <...>

По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют первичные баллы за каждый ответ на задания КИМ для проведения ЕГЭ с развёрнутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в первичных баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету, разработка которых организуется Рособрназдором.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о первичных баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

1. Расхождение между баллами, выставленными двумя экспертами за выполнение любого из заданий 13–19, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только те ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением.

2. Расхождение между суммами баллов, выставленными двумя экспертами за выполнение заданий 13–19, составляет 3 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.



3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 13–19 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание, а другой выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, в которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

ЕГЭ 100 БАЛЛОВ
ВСЕРОССИЙСКИЙ ШКОЛЬНЫЙ ПРОЕКТ
VK.COM/EGE100BALLOV



vk.com/ege100ballov

