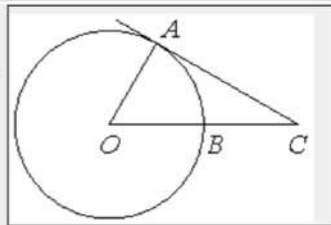


1

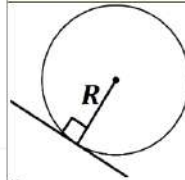
Угол ACO равен 27° , где O — центр окружности. Его сторона CA касается окружности. Сторона CO пересекает окружность в точке B (см. рис.). Найдите величину меньшей дуги AB окружности. Ответ дайте в градусах.



A6532B

ИСТОЧНИКИ

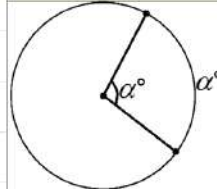
ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2022
 Основная волна 2018

СВОЙСТВО КАСАТЕЛЬНОЙ

Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённому в точку касания

СУММА УГЛОВ ТРЕУГОЛЬНИКА

180°

ЦЕНТРАЛЬНЫЙ УГОЛ

Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

ОТВЕТ**2**

Даны векторы $\vec{a} (1; 2)$, $\vec{b} (-3; 6)$ и $\vec{c} (4; -2)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

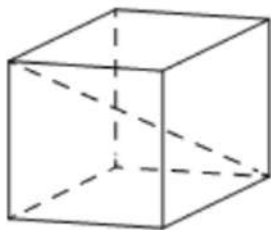
ИСТОЧНИКИ

Демо 2024

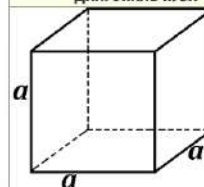
ОТВЕТ

3

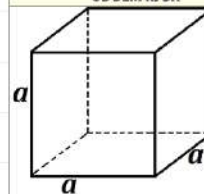
Диагональ куба равна $\sqrt{12}$. Найдите его объем.

**ИСТОЧНИКИ**

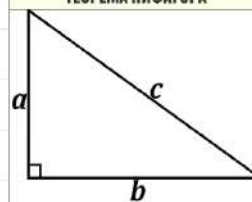
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2014

ДИАГОНАЛЬ КУБА

$$d = \sqrt{3}a$$

ОБЪЁМ КУБА

$$V = a^3$$

ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

$$c^2 = a^2 + b^2$$

ОТВЕТ**4**

Механические часы с двенадцатичасовым циферблатом в какой-то момент сломались и перестали идти. Найдите вероятность того, что часовая стрелка остановилась, достигнув отметки 7, но не дойдя до отметки 1.



26190D

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
Досрочная волна 2021
Пробный ЕГЭ 2013

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$

ОТВЕТ

5

В городе 48% взрослого населения – мужчины. Пенсионеры составляют 12,6% взрослого населения, причём доля пенсионеров среди женщин равна 15%. Для социологического опроса выбран случайным образом мужчина, проживающий в этом городе. Найдите вероятность события «выбранный мужчина является пенсионером».

ИСТОЧНИКИ

Демо 2023
Демо 2022

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ

$$p = \frac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$$
ОТВЕТ**6**

Найдите корень уравнения $7^{-6-x} = 343$.



7377CE

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Демо 2023
Демо 2022
Демо 2021
Демо 2020
Основная волна 2023
Основная волна 2022
Основная волна 2021
Основная волна 2020
Основная волна 2019
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Основная волна 2017
Основная волна 2016
Демо 2016
Демо 2015
Основная волна 2013

ОТВЕТ

7

Найдите значение выражения $\log_7 12,25 + \log_7 4$.

D27044

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна 2017

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

- 1 $\log_a b + \log_a c = \log_a (b \cdot c)$
- 2 $\log_a b - \log_a c = \log_a \frac{b}{c}$
- 3 $\log_a b^m = m \cdot \log_a b$
- 4 $\log_a^n b = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$
- 5 $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
- 6 $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛОГАРИФМА

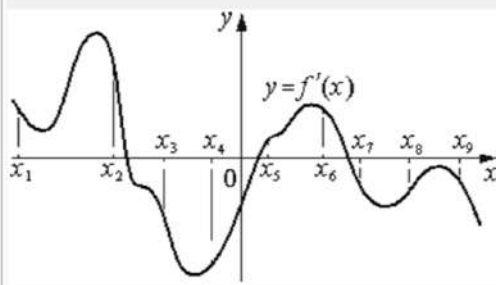
Если $\log_a b = c$, то $a^c = b$

ОТВЕТ

8

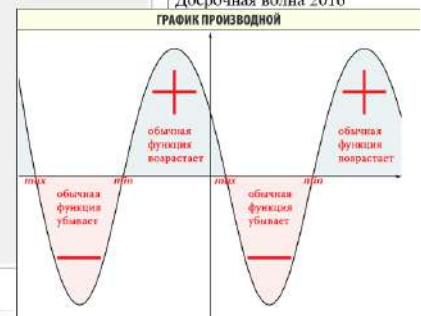
На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$.

На оси абсцисс отмечены девять точек: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$. Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции $f(x)$?



ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2023
 Основная волна (Резерв) 2022
 Досрочная волна 2016



ОТВЕТ

9

Независимое агентство намерено ввести рейтинг R новостных изданий на основе показателей информативности In , оперативности Op и объективности Tr публикаций. Каждый показатель оценивается целыми числами от 1 до 6.

Аналитик, составляющий формулу, считает, что объективность публикаций ценится вдвое, а информативность — вчетверо дороже, чем оперативность.
В результате, формула примет вид

$$R = \frac{4In + Op + 2Tr}{A}$$

Каким должно быть число A , чтобы издание, у которого все показатели наибольшие, получило рейтинг 1?



660E75

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2013

ОТВЕТ**10**

Девять одинаковых рубашек дешевле куртки на 10%. На сколько процентов одиннадцать таких же рубашек дороже куртки?



2B0545

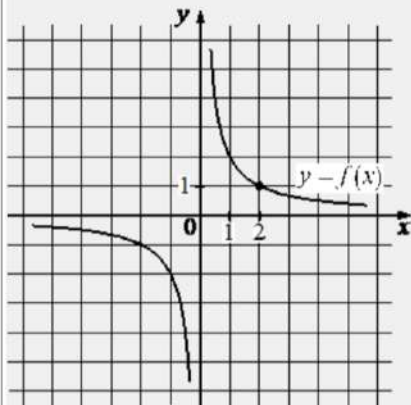
ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2013

ОТВЕТ

11

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.



08C3D9

ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2022

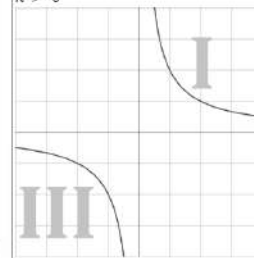
УРАВНЕНИЕ ГИПЕРБОЛЫ

$$y = \frac{k}{x}$$

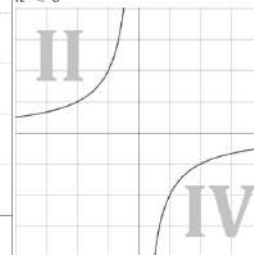
ЗА ЧТО ОТВЕЧАЕТ k

k отвечает за расположение ветвей гиперболы в разных четвертях

$k > 0$



$k < 0$



ОТВЕТ

12

Найдите точку максимума функции

$$y = (2x - 1) \cos x - 2 \sin x + 5,$$

принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

D3FCC5

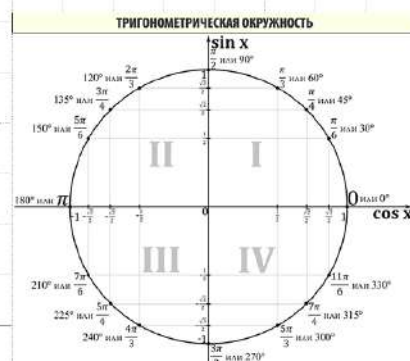
ИСТОЧНИКИ

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2023
Демо 2021
Досрочная волна (Резерв) 2019
Основная волна (Резерв) 2017
Пробный ЕГЭ 2017
Досрочная волна 2016

ПРОИЗВОДНЫЕ

- 1 $C' = 0$
- 2 $x' = 1$
- 3 $(Cx)' = C$
- 4 $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
- 5 $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- 6 $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
- 7 $(\frac{U}{V})' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
- 8 $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
- 9 $(\sin x)' = \cos x$
- 10 $(\cos x)' = -\sin x$
- 11 $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
- 12 $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
- 13 $(e^x)' = e^x$
- 14 $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
- 15 $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
- 16 $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$

ОТВЕТ



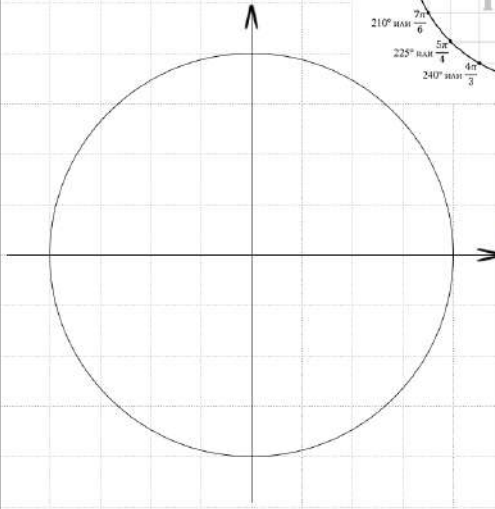
13

а) Решите уравнение $4\cos^3 x + 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = 0$.б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\pi]$.

2А8С31

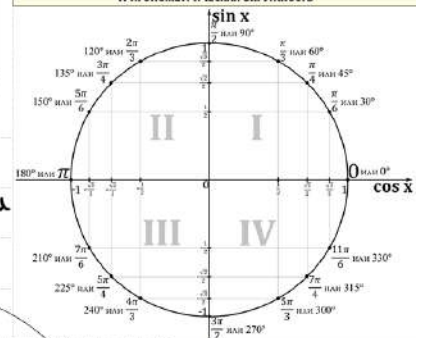
а)

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ ОКРУЖНОСТЬ



ИСТОЧНИКИ

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Основная волна 2023
Основная волна 2018

ФОРМУЛЫ ПРИВЕДЕНИЯ

1 ШАГ

Если в скобочке нечётное количество $\frac{\pi}{2}$, то функция меняется на кофункцию

Если в скобочке сколько-то π , то функция остаётся прежней

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$$

$$\operatorname{tg}(\pi + \alpha) = \operatorname{tg} \alpha$$

2 ШАГ

Определяем знак по указанной в скобочках четверти (смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся)

ПРИМЕР:

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$$

Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos \alpha$$

14

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все рёбра равны 7. На его ребре BB_1 отмечена точка K так, что $KB = 4$. Через точки K и C_1 проведена плоскость α , параллельная прямой BD_1 .

а) Докажите, что $A_1 P : PB_1 = 1 : 3$, где P — точка пересечения плоскости α с ребром $A_1 B_1$.

б) Найдите объём большей из двух частей куба, на которые он делится плоскостью α .



AC96DF

ИСТОЧНИКИГПР (старый банк)
Досрочная волна 2015

15

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(2x^2 - 17x + 35) - 1}{\log_7(x + 6)} \leq 0.$$

ИСТОЧНИКИ

Основная волна (Резерв) 2017

МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

БЫЛО	СТАЛО
$\log_a f - \log_a g$	$(a-1)(f-g)$
$a^f - a^g$	$(a-1)(f-g)$
$ f - g $	$(f-g)(f+g)$
$\sqrt{f} - \sqrt{g}$	$(f-g)$

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Если ежегодно выплачивать по 58 564 рубля, то кредит будет полностью погашен за 4 года, а если ежегодно выплачивать по 106 964 рубля, то кредит будет полностью погашен за 2 года. Найдите r .



85F0E4

ФИ (старый банк)

ФИ (новый банк)

Яценко 2018

Семенов 2015

Основная волна 2017

17

В треугольнике ABC проведена биссектриса AM . Прямая, проходящая через вершину B перпендикулярно AM , пересекает сторону AC в точке N ; $AB = 6$, $BC = 5$, $AC = 9$.

а) Докажите, что биссектриса угла C делит отрезок MN пополам.

б) Пусть P – точка пересечения биссектрис треугольника ABC . Найдите отношение $AP:PN$.

ИСТОЧНИКИ

Яценко 2018

Основная волна (Резерв) 2014

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 4x + a}{5x^2 - 6ax + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных решения.

19

На доске написано 35 различных натуральных чисел, каждое из которых либо чётное, либо его десятичная запись оканчивается на цифру 3. Сумма написанных чисел равна 1062.

- а) Может ли на доске быть ровно 27 чётных чисел?
- б) Могут ли ровно два числа на доске оканчиваться на 3?
- в) Какое наименьшее количество чисел, оканчивающихся на 3, может быть на доске?

ИСТОЧНИКИ

ГІРІ (старый банк)
ГІРІ (новый банк)
Яценко 2021 (36 вар)
Яценко 2020 (36 вар)
Яценко 2019 (36 вар)
Основная волна 2017