

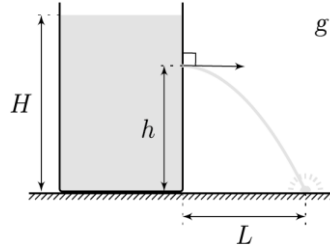
ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Муниципальный этап

Решения и критерии

10 класс

1. Открытый в атмосферу цилиндрический сосуд частично заполнен идеальной несжимаемой жидкостью и расположен на горизонтальной поверхности. На поверхности цилиндра имеется отверстие из которого вытекает струйка воды, причём её начальная скорость параллельна земной поверхности. Струйка воды попадает на землю на расстоянии  $L = H$  от поверхности цилиндра. Определите на какой высоте  $h$  от земли находится отверстие в сосуде.



**Примечание 1:** Для скорости струи жидкости на вылете из сосуда воспользуйтесь формулой Торричелли:

$$v_0 = \sqrt{2g(H - h)}, \text{ где } g - \text{ ускорение свободного падения.}$$

**Возможное решение.**

Вода после покидания сосуда движется с ускорением  $g$ . Уравнения движения в проекции на вертикальную и горизонтальную оси:

$$x(t) = v_0 t$$

$$y(t) = h - \frac{gt^2}{2}$$

$$x(t_n) = L = v_0 t_n$$

Анализируя точку падения  $y(t_n) = 0 = h - \frac{gt_n^2}{2} \Rightarrow t_n = \sqrt{\frac{2h}{g}} \Rightarrow L = \sqrt{2g(H - h)} \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{4h(H - h)}$

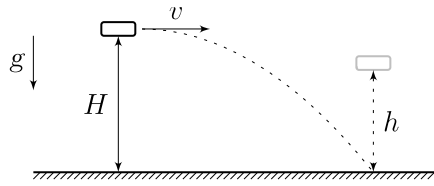
Учитывая, что  $L = H$ , получим квадратное уравнение:

$$4h^2 - 4hH + H^2 = 0 \Rightarrow h = \frac{4H \pm \sqrt{16H^2 - 16H^2}}{8} = \frac{H}{2}$$

**Критерии оценивания.**

	Записаны уравнения равноускоренного движения	2
	Выражено время движения элемента струи до земли (из любого уравнения или время исключено из системы уравнений)	2
	Использовано уравнение Торричелли	1
	Получено уравнение на $h$	3
	Решено уравнение, получен правильный ответ.	2
Итого:		10

2. С высоты  $H$  параллельно горизонтальной поверхности бросили шайбу массой  $m$  со скоростью  $v$ . После частично упругого удара, двигаясь вертикально вверх, шайба подлетела на высоту  $h < H$ . Плоскость шайбы всё время была горизонтальна, и шайба не вращалась относительно оси симметрии. Ускорение свободного падения  $g$ .



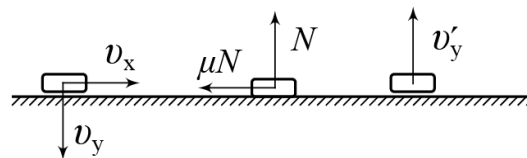
- Какое количество теплоты  $Q$  выделилось при ударе шайбы о поверхность?
- Найдите минимально возможный коэффициент трения  $\mu$  шайбы о поверхность.

**Возможное решение.**

Для нахождения  $Q$  запишем закон сохранения энергии с учетом тепловых потерь:

$$mgH + \frac{mv^2}{2} = mgh + Q \Rightarrow Q = mg(H - h) + \frac{mv^2}{2}$$

Рассмотрим момент удара. Процесс быстрый, так что изменением импульса под действием силы тяжести можно пренебречь



Импульс тела в момент удара меняют нормальная реакция опоры и сила трения скольжения. Эти силы переменные во времени, под  $N$  будем подразумевать некоторое среднее эффективное значение. Минимальный коэффициент трения означает, что к сила трения скольжения действовала до отрыва бруска (не переходила в трение покоя).

$$\Delta p_y = N\Delta t$$

$$\Delta p_x = \mu N\Delta t$$

Горизонтальная скорость в момент удара  $v_x = v$

Вертикальную скорость в момент удара найдём из ЗСЭ (или кинематики)  $v_y = \sqrt{2gH}$

Вертикальную скорость в момент отрыва найдём из ЗСЭ (или кинематики)  $v'_y = \sqrt{2gh}$

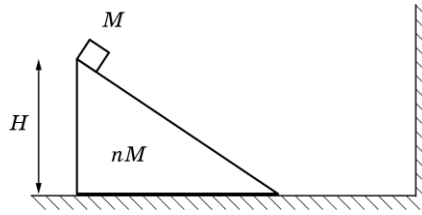
$$\Delta p_y = N\Delta t = m(v_y - v'_y), \text{ откуда } \mu = \frac{v}{\sqrt{2gH} + \sqrt{2gh}}$$

$$\Delta p_x = \mu N\Delta t = -mv$$

**Критерии оценивания.**

	Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
	Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
	Сформулирован ЗСЭ с учетом $Q$	1
	Выражено $Q$	1
	Показана связь изменений проекций импульса с коэффициентом трения	3
	Вертикальная скорость в момент удара	1
	Вертикальная скорость в момент отрыва	1
	Использовано определение импульса (проекции)	0,5
	Найдено $\mu$	1,5
Итого:		10

3. Маленький кубик массы  $M$  съезжает с незакрепленной горки высотой  $H$  и массой  $nM$ . После абсолютно упругого столкновения со стенкой кубик догоняет горку и поднимается на неё.
- Найдите скорость горки  $u$  после первого расставания с кубиком.
  - На какую максимальную высоту  $h$  поднимется по горке кубик после удара о стенку?



Трения в системе нет, переход горки в пол плавный, ускорение свободного падения  $g$ .

**Возможное решение.**

В процессе съезда проекция импульса системы кубик-горка на горизонтальную ось не меняется, механическая энергия системы сохраняется:

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + \frac{nMu^2}{2}, \text{ где } v \text{ - скорость кубика в нижней точке.}$$

$$0 = Mv - nMu$$

$$v = \sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$$

Решая систему получим

$$u = \sqrt{\frac{2gH}{n(n+1)}}$$

После удара о стенку импульс системы станет  $2nMu = 2Mv = 2M\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$

В момент наивысшего подъёма скорости горки и бруска будут одинаковы. Проекция импульса системы кубик-горка на горизонтальную ось опять не поменяется:

$$2M\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}} = M(n+1)v_k \Rightarrow v_k = \frac{2}{n+1}\sqrt{\frac{2gHn}{n+1}}$$

Закон сохранения энергии:

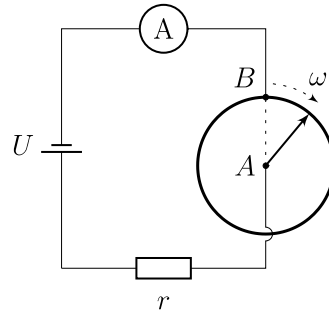
$$MgH = Mgh + \frac{M(n+1)v_k^2}{2} = Mgh + \frac{M(n+1)}{2} \frac{4}{(n+1)^2} \frac{2gHn}{(n+1)}$$

$$gH = gh + \frac{4gHn}{(n+1)^2} \Rightarrow h = H\left(1 - \frac{4n}{(n+1)^2}\right) = H\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2$$

**Критерии оценивания.**

	Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
	Использовано выражение для кинетической энергии	0,5
	Использовано определение импульса (проекции)	0,5
	Правильно записан ЗСИ (проекций) для съезда	1
	Правильно записан ЗСЭ для съезда	1
	Получено выражение для $u$	1
	Правильно записан ЗСИ (проекций) для подъёма	2
	Получено выражение для конечной скорости	1
	Правильно записан ЗСЭ для для подъёма	2
	Получено выражение для $h$ (упрощать не обязательно)	1,5
Итого:		10

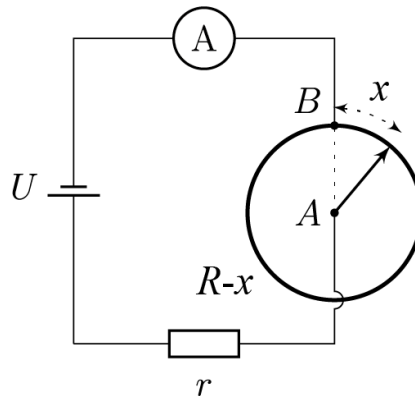
4. Однородный проводник сопротивлением  $R$  согнули в виде кольца и место соединения (точка  $B$  на рисунке) спаяли с подводящим проводом от источника постоянного напряжения  $U$  через идеальный амперметр. Другую клемму последовательно через резистор  $r$  соединили с осью  $A$  вращения подвижной стрелки. В начальный момент времени стрелка своим концом касается точки  $B$ . Стрелку начинают вращать относительно оси  $A$  с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , сохраняя контакт между стрелкой и кольцом.



- Какое минимальное показание будет у амперметра  $I_{min}$  после начала вращения стрелки?
- Спустя какое время  $t$  показания амперметра впервые будут минимальными?
- Постройте качественный график зависимости сопротивления цепи от времени с указанием характерных точек.

Подводящий провод к точке  $A$  не контактирует с кольцом и никак не мешает движению стрелки, сопротивлением которой можно пренебречь. Все указанные физические величины в задаче считайте известными.

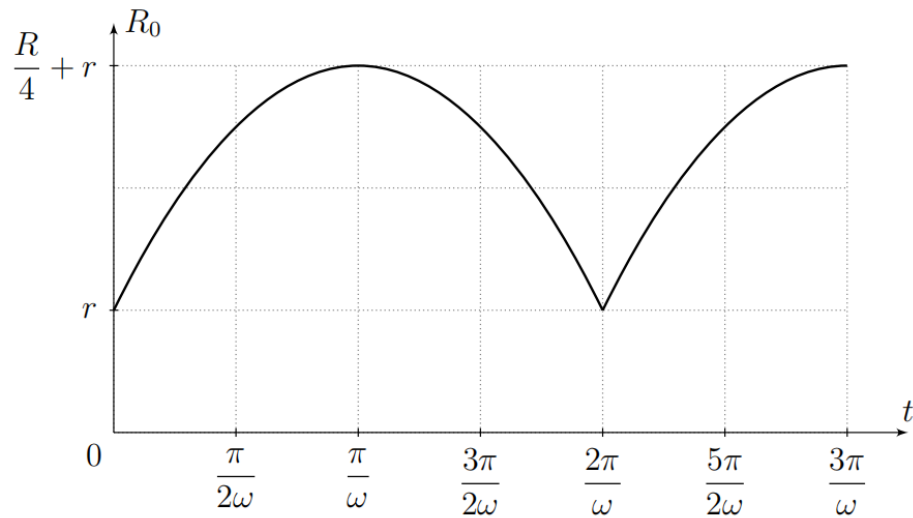
**Возможное решение.**



Обозначим сопротивление участка между точкой  $B$  и стрелкой  $x = R \frac{\varphi}{2\pi} = R \frac{\omega t}{2\pi}$ . Тогда общее

$$\text{сопротивление цепи: } R_0 = r + \frac{x(R-x)}{R} = r + x - \frac{x^2}{R} = r + \frac{R\omega}{2\pi} t - \frac{R\omega^2}{4\pi^2} t^2$$

Графически данная зависимость представлена на рисунке



Минимальное значение силы тока будет соответствовать максимальному сопротивлению:

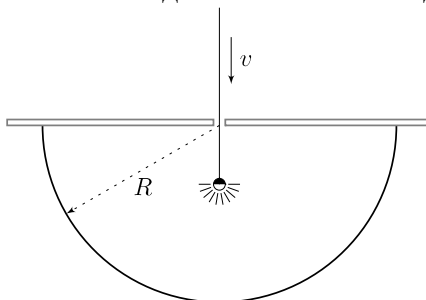
$$I_{\min} = \frac{U}{R_{0\max}} = \frac{U}{\frac{R}{4} + r}$$

Впервые такая сила тока будет в цепи при  $t = \frac{\pi}{\omega}$

**Критерии оценивания.**

	Использован хотя бы раз закон Ома	1
	Получена зависимость сопротивлений участков кольца от времени	1
	Получена зависимость сопротивления цепи от положения стрелки	2
	Найдено наибольшее сопротивление цепи	1
	Найдена минимальная сила тока	1
	Найдено момент времени $t = \frac{\pi}{\omega}$	1
	График. Оси подписаны, есть характерные значения сопротивления и времени	1
	График. Есть параболическая зависимость на периоде	1
	График. Есть периодичность.	1
Итого:		10

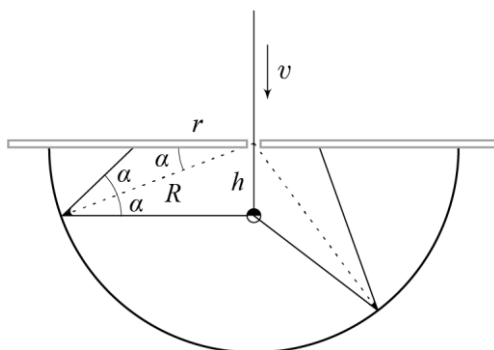
5. Сквозь маленькое центральное отверстие в крышке полусферического зеркала опускают шарообразную лампочку, верхняя половина которой закрашена. Поверхность крышки матовая, так что дает только диффузное отражение. Радиус кривизны зеркала  $R$ , скорость движения лампочки  $v$ . Начало отсчёта времени примите за момент попадания лампочки под крышку.



- Через какое время  $t$  будет засвечена вся крышка?
- Чему равна минимальная площадь  $S_{min}$  освещенной части крышки за все время движения лампочки до нижней точки зеркала?

Размеры лампочки пренебрежимо малы.

**Возможное решение.**



Из построения нескольких лучей можно заметить, что радиус  $r$  освещённого пятна определяется ходом горизонтального луча:  $r = \frac{R}{2 \cos \alpha}$ . Угол связан с высотой  $\sin \alpha = \frac{h}{R}$ .

При засвете всей крышки  $R = \frac{R}{2 \cos \alpha_1} \Rightarrow \cos \alpha_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin \alpha_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt{3}}{2} R$

Это случится в момент времени  $t = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{R}{v}$

Для минимальной площади засветки косинус должен стать максимальным:  $r_{min} = \frac{R}{2} \Rightarrow S_{min} = \frac{\pi R^2}{4}$

**Критерии оценивания.**

	Вывод о том, что радиус $r$ освещённого пятна определяется ходом горизонтального луча	2
	Связь $r = \frac{R}{2 \cos \alpha}$	1
	Связь $\sin \alpha = \frac{h}{R}$	1
	Найдена высота при полной засветке	2
	Найдено время при полной засветке	1
	Условие на угол при минимальной площади	1
	Найден минимальный радиус пятна	1
	Найдена минимальная площадь пятна	1
	<b>Итого:</b>	<b>10</b>