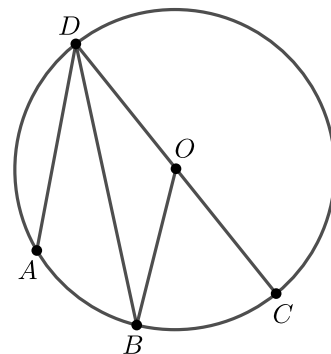


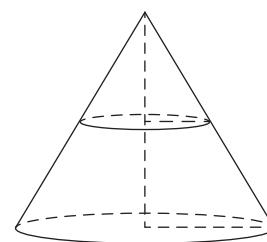
## Часть 1

- 1 Дана окружность с центром в точке  $O$ . Дуги  $AB$  и  $BC$  равны 8 и 6 соответственно. Угол  $ADB$  равен  $24^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Площадь полной поверхности конуса равна 27. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту пополам. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Случайным образом выбрали трехзначное число. Какова вероятность того, что сумма его цифр равна 7? Результат округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Стрелок стреляет по мишени четыре раза. Вероятность попасть в мишень при одном выстреле равна 0,9. Найдите вероятность того, что мишень будет поражена ровно два раза.

Ответ: \_\_\_\_\_.

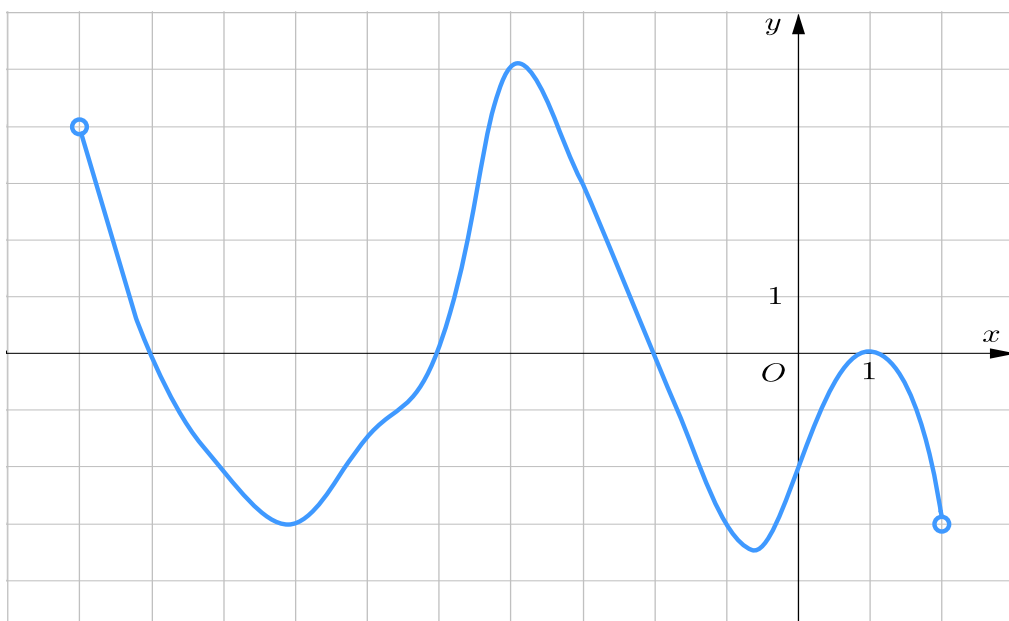
5 Найдите наименьший положительный корень уравнения  $\sin\left(\frac{\pi x}{12}\right) = -\frac{1}{2}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $\frac{1}{7 - \sqrt{47}} + \frac{1}{7 + \sqrt{47}}$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображен график производной функции  $y = f'(x)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  перпендикулярна прямой  $y = -x$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

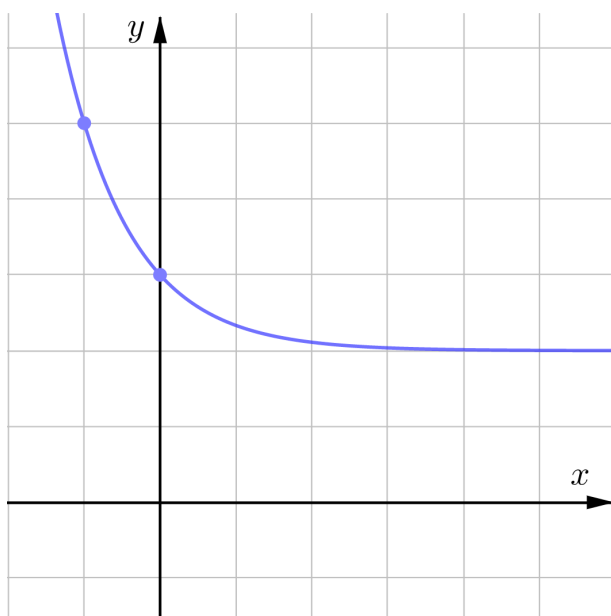
8 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле  $P = I^2 R$ , где  $I$  – сила тока (в амперах),  $R$  – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите силу тока  $I$ , если мощность составляет 588 Ватт, а сопротивление равно 12 Ом.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Имеются два сплава меди и олова. В первом сплаве масса меди к массе олова относится как  $3 : 1$ , а во втором сплаве отношение массы меди к олову равно  $9 : 2$ . Какую массу второго сплава следует взять, чтобы из этих двух сплавов получить  $30$  кг нового сплава, в котором медь и олово были бы в отношении  $4 : 1$ ?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображён график функции  $f(x) = a^{-x} + b$ . Найдите  $f(-4)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найти точку минимума  $y = \ln(15 - 12x + 3x^2)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

## Часть 2

12 а) Решите уравнение

$$\operatorname{tg}^4 x - \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ .

13 Дана правильная шестиугольная призма  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ . В основании  $ABCDEF$  диагонали  $BE$  и  $FD$  пересекаются в точке  $P$ .

$Q$  — точка пересечения диагоналей боковой грани  $FEE_1 F_1$ .

а) Доказать, что отрезок  $PQ$  параллелен плоскости  $CB_1 E_1$ .

б) Найдите расстояние между  $PQ$  и плоскостью  $CB_1 E_1$ , если все рёбра призмы равны  $\sqrt{14}$ .

14 Решите неравенство

$$5^{\lg(-x^2-x+6)} \geq (x+3)^{\lg 5}.$$

15 В июле планируется взять кредит в банке на сумму 10 млн рублей на срок 16 лет. Условия возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на  $r$  % по сравнению с концом предыдущего года;

– с февраля по июнь необходимо выплатить часть долга так, чтобы на начало июля каждого года долг уменьшался на одну и ту же сумму по сравнению с предыдущим июлем.

Найдите процентную ставку  $r$ , если известно, что наибольшая выплата будет не более 2 млн 625 тыс. рублей, а наименьшая выплата не менее чем 750 тыс. рублей.

16 Окружность с центром в точке  $Q$  касается стороны  $BC$  треугольника  $ABC$  и продолжений его сторон  $AB$  и  $AC$ . Вокруг треугольника  $BCQ$  описывается окружность с центром в точке  $O$ .

а) Доказать, что  $O$  лежит на описанной окружности треугольника  $ABC$ .

б) Радиус окружности описанной вокруг  $BCQ$  относится к радиусу окружности описанной вокруг  $ABC$  как 5 : 3. Найдите косинус угла  $A$ .

17 При каких значениях параметра  $a$  неравенство

$$(x^2 - 4x + 4a^2 - a^4)\sqrt{x^2 - 7x} \leq 0$$

имеет ровно 4 целых решения?

18 Обозначим за  $S(k)$  сумму квадратов цифр трёхзначного числа  $k$ .

а) Может ли  $S(k) = 139$ ?

б) Может ли  $S(k) = 140$ ?

в) Найдите наименьшее значение выражения  $4S(k) - 2k$ .